

الدرس الأول

الجذر التكعيبي للعدد النسبي

الجذر
التكعيبي

الجذر التكعيبي للعدد النسبي a هو العدد الذى
مكعبه يساوى a ويرمز للجذر التكعيبي للعدد a
بالرمز $\sqrt[3]{a}$

مثال

$$1) \quad 1000 = \sqrt[3]{1000} \quad (2) \quad -1 = \sqrt[3]{-1}$$

$$3) \quad \frac{27}{8} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} \quad (4) \quad -5 = \sqrt[3]{-125}$$

- الجذر التكعيبي لعدد نسبى موجب يكون موجبا
- الجذر التكعيبي لعدد نسبى سالب يكون سالبا

ملاحظات

$$\sqrt[3]{1} = 1 \quad \text{فمثلا} \quad \sqrt[3]{5} = 5 \quad , \quad \sqrt[3]{(-6)} = -6$$

$$\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2} \quad \text{فمثلا} \quad \sqrt[3]{12} = 12 \quad , \quad \sqrt[3]{21} = 21$$

نفكر أن

حجم المكعب = طول ضلع \times نفسه \times نفسه = l^3 حيث l طول الضلع

مساحة الوجه الواحد = طول ضلع \times نفسه = l^2 حيث l طول الضلع

المساحة الجانبية للمكعب = مساحة الوجه $\times 4 = 4l^2$ حيث l طول الضلع

المساحة الكلية للمكعب = مساحة الوجه $\times 6 = 6l^2$ حيث l طول الضلع

مثال (١)

$$(١) \quad = \sqrt[3]{(١٥)^2}$$

الحل

$$١٥ = \sqrt[3]{(١٥)^2}$$

$$(٢) \quad = \sqrt[3]{\frac{٣٧}{٢٧}}$$

الحل

$$\frac{٤}{٣} = \sqrt[3]{\frac{٦٤}{٢٧}} = \sqrt[3]{\frac{٣٧}{٢٧}}$$

حل المعادلات الآتية

$$(١) \quad ٢٥ = س^٢$$

الحل

س^٢ = ٢٥ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$س = \pm \sqrt{٢٥}$$

$$٥ \pm =$$

$$ح.م = \{٥ \pm\}$$

$$(٢) \quad ٦ = ٧ + س^٢$$

الحل

$$س^٢ = ٦ - ٧$$

$$س^٢ = -١ \quad \text{بأخذ الجذر}$$

$$س = -١$$

$$ح.م = \{-١\}$$

(٢) حوض سعته لتر واحد أحسب طول حرفه بالسنتيمتر.

الحل

$$حجم الحوض = ١٠٠٠ سم^٣$$

$$\text{بأخذ الجذر}$$

$$\text{طول الحرف} = \sqrt[٣]{١٠٠٠} = ١٠ سم$$

$$(١) \quad ٤ = ٥ + (٣ - س)^٢$$

الحل

$$(٣ - س)^٢ = ٤ - ٥$$

$$(٣ - س)^٢ = -١$$

$$٣ - س = -١$$

$$٣ + ١ = س$$

$$س = ٢$$

$$ح.م = \{٢\}$$

نمارين (١)

(١)	أكمل ما يانى	(١)	(١)
(٢)	$\sqrt[3]{125} = \dots\dots\dots$	(٢)	(٢)
(٣)	$\sqrt[3]{1000} = \dots\dots\dots$	(٣)	(٣)
(٤)	$\sqrt[3]{0.64} = \dots\dots\dots$	(٤)	(٤)
(٥)	$\sqrt[3]{\frac{3}{8}} = \dots\dots\dots$	(٥)	(٥)
(٦)	$\sqrt[3]{\frac{3}{8}} = \dots\dots\dots$	(٦)	(٦)
(٧)	$\sqrt[3]{2\frac{1}{8}} - \sqrt[3]{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$	(٧)	(٧)
(٨)	$\sqrt[3]{\dots\dots\dots} = 4$	(٨)	(٨)
(٩)	$\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{8} = \dots\dots\dots$	(٩)	(٩)
(١٠)	$\sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{64} = \dots\dots\dots$	(١٠)	(١٠)
(١)	$\sqrt[3]{125} = \dots\dots\dots$	(١)	(١)
(٢)	$\sqrt[3]{512} = \dots\dots\dots$	(٢)	(٢)
(٣)	$\sqrt[3]{125} = \dots\dots\dots$	(٣)	(٣)
(٤)	$\sqrt[3]{125} = \dots\dots\dots$	(٤)	(٤)
(٥)	$\sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{64} = \dots\dots\dots$	(٥)	(٥)
(٦)	$\sqrt[3]{64} + \sqrt[3]{27} = \dots\dots\dots$	(٦)	(٦)
(٧)	$0 = \sqrt[3]{\dots\dots\dots} + \sqrt[3]{64}$	(٧)	(٧)
(٨)	$\sqrt[3]{\dots\dots\dots} = \sqrt[3]{18}$	(٨)	(٨)
(٩)	$\sqrt[3]{\dots\dots\dots} = \sqrt[3]{\frac{8}{27}}$	(٩)	(٩)
(١٠)	$\sqrt[3]{\dots\dots\dots} = \sqrt[3]{0.001}$	(١٠)	(١٠)

(٢)	نخير الإجابة الصحيحة	(١)	(١)
(٢)	$\sqrt[3]{\frac{64}{64}} = \dots\dots\dots$	(٢)	(٢)
(٣)	$\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \dots\dots\dots$	(٣)	(٣)
(٤)	$\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \dots\dots\dots$	(٤)	(٤)
(٥)	$\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \dots\dots\dots$	(٥)	(٥)
(٦)	$\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \dots\dots\dots$	(٦)	(٦)
(٧)	$\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \dots\dots\dots$	(٧)	(٧)
(٨)	$\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \dots\dots\dots$	(٨)	(٨)
(٩)	$\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \dots\dots\dots$	(٩)	(٩)
(١٠)	$\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \dots\dots\dots$	(١٠)	(١٠)

..... = $\sqrt[3]{(2-)} + \sqrt[3]{(2-)}$ (.....) (0, 4, 8, 4, -)	(5) = $\sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{25}$ (.....) (0, 5, 0, 5, ±)	(5)
..... = $\sqrt[3]{\frac{1}{8} \times 0.1}$ (.....) (2, 0, 4, 2, 4)	(6) = $\sqrt[3]{25} + 3\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ (.....) (2, -2, 4, 2, 4)	(6)
..... = $\sqrt[3]{\text{س}}$ (.....) (س, 3, 2, 2, 4)	(7)	إذا كان س = 64 فإن $\sqrt[3]{\text{س}}$ = (.....) (2, -2, 4, 4, -)	(7)
..... = $\sqrt[3]{25} - \sqrt[3]{\text{س}}$ فإن س = (.....) (125, -125, 5, -5)	(8)	إذا كان $\frac{9}{\text{س}} = \frac{1}{3}$ فإن س = (.....) (27, 9, 3, 1)	(8)

(3) أوجد قيمة س في كل مما يأتي			
$\sqrt[3]{\text{س}} - 3 = 1$	(1)	$\sqrt[3]{\text{س}} = 2$	(1)
$\sqrt[3]{\text{س}} - 4 = 2$	(2)	س + 5 = 32	(2)
$\sqrt[3]{\text{س}} = \frac{1}{2}$	(3)	$\sqrt[3]{\text{س}} - 9 = 0$	(3)
س + 4 = 68	(4)	س = 8	(4)

(3) أوجد مجموعة حل المعادلات في ن			
$18 = 10 + \sqrt[3]{(2- \text{س})}$	(1)	س = 64	(1)
$6 = 2 - \sqrt[3]{(3- \text{س})}$	(2)	8 = 7 + $\sqrt[3]{\text{س}}$	(2)
س = 7 + 6	(3)	8 = 2 + $\sqrt[3]{\text{س}}$	(3)
124 = 1 - $\sqrt[3]{\text{س}}$	(4)	343 = $\sqrt[3]{(3+ \text{س})}$	(4)
8 = $\sqrt[3]{(1+ 3\text{س})}$	(5)	2 = 5 - $\sqrt[3]{\text{س}}$	(5)
$\sqrt[3]{\text{س}} - 9 = 0$	(6)	20 = 7 - $\sqrt[3]{(1+ 2\text{س})}$	(6)

نظريقات

أوجد كلا مما يأتي

(١) طول الحرف الداخلى بالسنتيمترات لإناء مكعب الشكل سعته ٨ لتر

(٢) طول نصف قطر كرة حجمها $\pi \frac{36}{125}$ سم^٣ علما بأن حجم الكرة $\frac{4}{3}\pi$ نو^٣(٣) طول نصف قطر كرة حجمها ٣٨٨.٨ سم^٣ حيث $\frac{22}{7} = \pi$ (٤) طول حرف مكعب حجمه $10^{\frac{5}{8}}$ سم^٣(٥) المساحة الكلية لمكعب حجمه ٢١٦ سم^٣

(٦) عدد مكعبه = ٦٤ أوجد مربعه

(٧) إناء مكعب سعته ٨ لتر أحسب طول حرفه داخلى

(٨) إناء مكعب سعته ١ لتر أحسب طول حرفه داخلى

(٩) كرة حجمها $\pi \frac{1372}{81}$ وحده مكعبة أوجد طول قطرها(١٠) أوجد طول قطر الكرة التى حجمها ١١٣,٠٤ سم^٣ حيث $\pi 3,14$

الدرس الثاني

مجموعة الأعداد غير النسبية

هو أي عدد نُحِثْ جذر تربيعي أو تكعيبي ولا يمكن
خروجه من نُحِثْ الجذر بعدد نسبي

العدد غير
النسبي

$$2) \sqrt{5} \quad (2) \sqrt{6}$$

$$4) \sqrt[4]{\frac{9}{4}} \quad (4) \sqrt[4]{25}$$

مثال

• النسبة التقريبية π

$$\phi = 1.618$$

ملاحظات

ضع علامه \exists أو \nexists

$$(1) \sqrt{4} \dots \exists \dots \sqrt{2} \\ (2) \sqrt{3} \dots \exists \dots \sqrt{2} \\ (3) \sqrt[4]{25} \dots \exists \dots \sqrt[4]{25}$$

$$(1) \frac{1}{3} \dots \exists \dots \sqrt{2} \\ (2) \sqrt{6} \dots \exists \dots \sqrt{2} \\ (3) \sqrt[4]{25} \dots \exists \dots \sqrt[4]{25}$$

إيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي

- العدد غير النسبي يمثل بعدد عشري غير منته و غير دائري .
- مثال:-

$$1) \sqrt{2} \approx 1.414200000$$

• بدون استخدام الآلة أوجد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt[3]{12}$

الحل

بأخذ الجذر التربيعي للأطراف $\therefore 1 < 3 < 4$

$$1 < 3 < 4$$

$$\sqrt[3]{1} < \sqrt[3]{3} < \sqrt[3]{4}$$

$$1 < \sqrt[3]{3} < 2$$

أي أن $\sqrt[3]{3}$ محصور بين 1، 2
لإيجاد قيمة أقرب نخبر القيم $(1,1)^3, (1,2)^3, (1,3)^3, \dots$
نجد الأقرب $(1,7)^3 = 2,89, (1,8)^3 = 3,24$

أذن :- $\sqrt[3]{3} \approx 1,7$ أو $1,8$

أثبت أن

أثبت أن $\sqrt[3]{12}$ ينحصر بين 2,2 ، 2,3

الحل

$$(2,2)^3 = 10,648, (2,3)^3 = 12,167, (2,4)^3 = 12,688$$

أذن $\sqrt[3]{12}$ ينحصر بين 2,2 ، 2,3

أثبت أن

اثبت أن $\sqrt[3]{3}$ ينحصر بين 1,7 ، 1,8

الحل

$$(1,7)^3 = 2,89, (1,8)^3 = 3,24, (1,9)^3 = 3,43$$

$$2,89 < 3 < 3,24 \quad , \quad 1,7 < \sqrt[3]{3} < 1,8$$

العدد $\sqrt[3]{3}$ ينحصر بين 1,7 ، 1,8

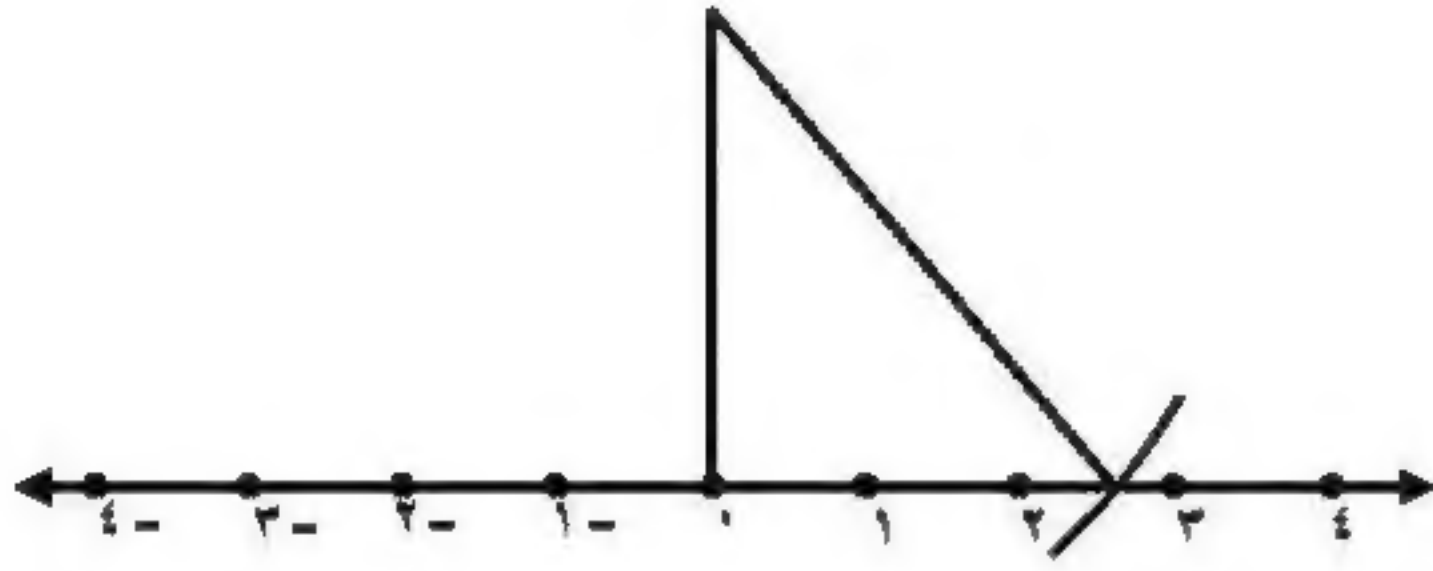
مثل العدد غير النسبية على خط الأعداد

(١) مثل العدد $\sqrt{7}$ على خط الأعداد

الحل

$$\text{طول الوتر} = \frac{1+7}{2} = 4$$

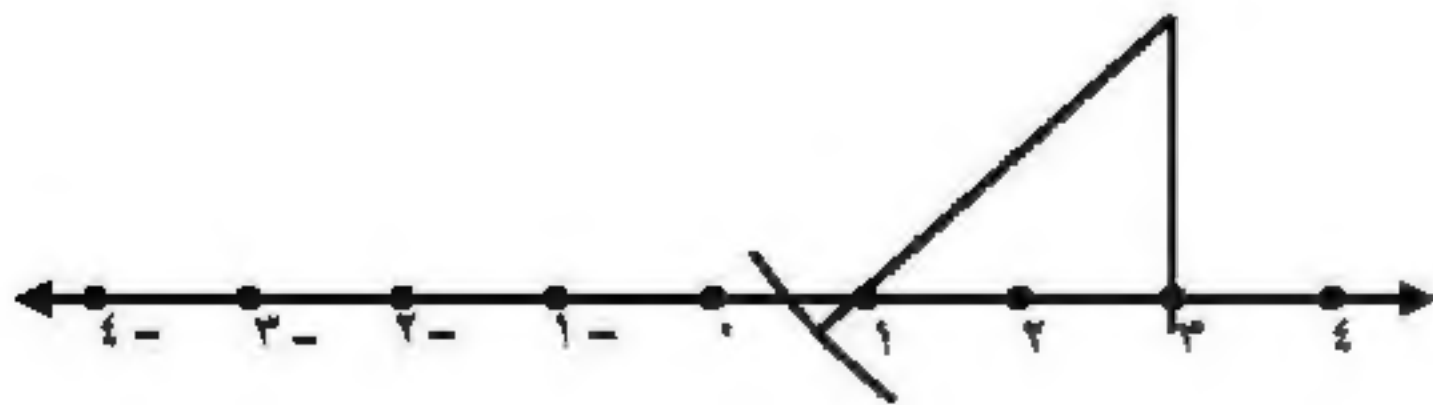
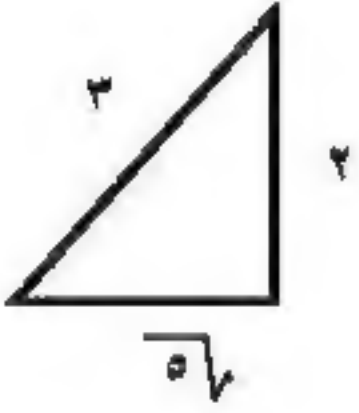
$$\text{طول ضلع القائمة} = \frac{1-7}{2} = 3$$

(٢) مثل العدد $3 - \sqrt{5}$ على خط الأعداد

الحل

$$\text{طول الوتر} = \frac{1+5}{2} = 3$$

$$\text{طول ضلع القائمة} = \frac{1-5}{2} = 2$$



نمارين (٢)

(١) أيهما نسبي و أيهما غير نسبي

(١)	$\frac{3-}{2}$	(١)	$\sqrt[3]{3}$
(٢)	$\sqrt[3]{8-}$	(٢)	$\sqrt[3]{16}$
(٣)	$(٥-)$	(٣)	$\frac{9}{4}$
(٤)	π	(٤)	$\frac{1}{7}$
(٥)	$\sqrt[3]{11}$	(٥)	$\sqrt[3]{3\frac{2}{3}}$
(٦)	$\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$	(٦)	$\sqrt[3]{36}$
(٧)	$\sqrt[3]{11} - \sqrt[3]{4}$	(٧)	$\sqrt[3]{64}$
(٨)	$ 3- $	(٨)	$\frac{\pi}{2}$
(٩)	$\sqrt[3]{25}$	(٩)	$\sqrt[3]{36} -$
(١٠)	$\sqrt[3]{.343}$	(١٠)	$\sqrt[3]{7}$

(٢) أوجد عددين صحيحين مثالين

ينحصر بينهما كل مما يأتي

(١)	$\sqrt[3]{11}$	(١)	$\sqrt[3]{10}$
(٢)	$\sqrt[3]{12}$	(٢)	$\sqrt[3]{9}$
(٣)	$\sqrt[3]{18}$	(٣)	$\sqrt[3]{30}$
(٤)	$\sqrt[3]{5}$	(٤)	$\sqrt[3]{20-}$

(٣) إذا كان س عدد صحيحاً فأوجد

قيمة س في كل مما يأتي

(١)	$\sqrt[3]{3} > \sqrt[3]{1} + س$	(١)	$\sqrt[3]{15} > س > \sqrt[3]{1} + س$
(٢)	$\sqrt[3]{100-} > س > \sqrt[3]{1} + س$	(٢)	$\sqrt[3]{20} > س > \sqrt[3]{1} + س$

$$س > \sqrt{5} > س + 1 \quad (3)$$

$$س > | - \sqrt{35} | > س + 1 \quad (3)$$

$$س > \sqrt{5.0} > س + 1 \quad (4)$$

$$س > \sqrt{2} > س + 1 \quad (4)$$

(3) أخطر الإجابة الصحيحة

العدد غير نسبي المحصور بين 3، 4 هو

$$(1) \quad (\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7})$$

العدد غير نسبي فى الأعداد التالية هو.....

$$(1) \quad (\frac{1}{2}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5})$$

اقرب عدد صحيح $\sqrt{8}$ هو

$$(2) \quad (2, 3, 4, 5)$$

$$\sqrt{2(5-)} = \dots\dots\dots$$

$$(2) \quad (5, 10, 15, 20)$$

المربع الذى طول ضلعه $\sqrt{3}$ سم تكون

مساحته = سم²

$$(3) \quad (3, 9, 27)$$

إذا كانت

$$\sqrt{2} > \sqrt{3} > 1 + \sqrt{2} \text{ فإن } \sqrt{2} + \sqrt{3} = \dots\dots\dots$$

$$(3) \quad (20, 50, 50, 24)$$

مجموعة حل المعادلة $س^2 = 13$ فى \mathbb{R} هى

$$(4) \quad (\{\sqrt{13}, -\sqrt{13}\}, \{\sqrt{13}, \sqrt{13}\}, \{\sqrt{13}, -\sqrt{13}\})$$

مجموعة حل المعادلة

$$(س - \sqrt{5})(س + \sqrt{3}) = 0 \text{ فى } \mathbb{R}$$

$$(4) \quad (\{\sqrt{5}, -\sqrt{5}\}, \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}, \{\sqrt{5}, \sqrt{3}\})$$

(4) أوجد فى \mathbb{R} مجموعة حل كل من المعادلات الآتية

$$(1) \quad س^2 + 5 = 130$$

$$(1) \quad 4س^2 = 20$$

$$(2) \quad 20 = 7 - س^2$$

$$(2) \quad \frac{20}{4} = س^2$$

$$(3) \quad 35 = 1 + س^2$$

$$(3) \quad (س^2 + 5)(س^2 - 3) = \text{صفر}$$

$$(4) \quad 7 = 1 - س^2$$

$$(4) \quad 3س^2 + 3 = 27$$



أثبت أن

(١) $\sqrt{2}$ ينحصر بين ١,٤ و ١,٥

(٢) $\sqrt{11}$ ينحصر بين ٣,٤ و ٣,٥

(٣) $\sqrt{17}$ ينحصر بين ٤,١ و ٤,٢

(٤) $1 + \sqrt{3}$ ينحصر بين ٢,٧ و ٢,٨

(٥) $\sqrt{17}$ ينحصر بين ٤,٥ و ٤,٦

(٦) ارسع قطعة مستقيمة طولها $\sqrt{2}$ وحده طول واستخدمها في تعيين
النقط التي تمثل الأعداد الآتية

(١) $\sqrt{2}$

(٢) $-\sqrt{2}$

(٣) $3 + \sqrt{2}$

(٤) $2 - \sqrt{2}$

الدرس الثالث

مجموعة الأعداد الحقيقية ح

هذه المجموعة الناتجة من اتحاد مجموعة الأعداد النسبية ومجموعة الأعداد غير النسبية ويرمز لها بالرمز ح

مجموعة الأعداد الحقيقية

$$\text{أي أن } \mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

١) العدد صفر ليس موجب وليس سالب

٢) مجموعة الأعداد الحقيقية غير سالبة $= \mathbb{Q} \cup \{0\}$

٣) مجموعة الأعداد الحقيقية غير موجبة $= \mathbb{Q} \cup \{0\}$

٤) $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

$$\emptyset = \mathbb{Q} \cap \mathbb{I}$$

٦) $\mathbb{R} \supset \mathbb{Q} \supset \mathbb{I}$ وأيضا $\mathbb{R} \supset \mathbb{I}$

$$\emptyset = \mathbb{Q} \cap \mathbb{I}$$

ملاحظات

تمارين (٣)

(١) أكمل

$$(١) \quad \dots\dots\dots = \complement A \cap \complement B \quad (١)$$

$$(٢) \quad \dots\dots\dots = \complement A \cup \complement B \quad (٢)$$

$$(٣) \quad \dots\dots\dots = \complement A \cup B \quad (٣)$$

$$(٤) \quad \dots\dots\dots = \complement A \cap B \quad (٤)$$

(٢) ضع علامة < أو > أو =

$$(١) \quad \sqrt{7} \dots\dots\dots 3 \quad (١)$$

$$(٢) \quad 1 - \sqrt{2} \dots\dots\dots \sqrt{2} + 1 \quad (٢)$$

$$(٣) \quad \sqrt{17} \dots\dots\dots \sqrt{24} \quad (٣)$$

(٣) اكتب ٣ أعداد غير نسبية لنحضر بين

$$(١) \quad ٨ ، ٧ \quad (١)$$

$$(٢) \quad ٤ ، ٢ \quad (٢)$$

رتب الأعداد الآتية تصاعدياً

$$(١) \quad \sqrt{17} ، \sqrt{24} ، \sqrt{2} ، \sqrt{7} ، 1 - \sqrt{2}$$

.....

.....

$$(٢) \quad \sqrt{8} ، \sqrt{3} ، \sqrt{5} ، \sqrt{2} ، \sqrt{7} ، \sqrt{11}$$

.....

.....



رتب الأعداد الآتية تنازليا

$$(١) \sqrt{٧٠}, \sqrt{٥٠}, \sqrt{٨٠}, \sqrt{٢٢}$$

.....

.....

$$(٢) \sqrt{١٠}, \sqrt{٥٠}, \sqrt{٧}, \sqrt{١٠}, \sqrt{٩}, \sqrt{٦}$$

.....

.....

حل كل من المعادلات الآتية
في ج

$$(٤) ٠ = (١ + ٢س)(٥ - ٢س)$$

$$(٥) ٢ = ٣ + ٢س$$

$$(١) ٠ = ٨ - ٢س$$

$$(٢) ١١ - = ٢ + ٢س$$

$$(٣) ٠ = (٥ - ٢س)(٩ - ٢س)$$



الفترات

الدرس الرابع

(٧،٣) زوج مرتب وهو عنصر

{٧،٣} مجموعة مكونة من عنصرين فقط ٧،٣

[٧،٣] فترة وهي مجموعة كل الأعداد الحقيقية من ٧،٣

لاحظ الفرق

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{R}_+$$

$$\mathbb{R} = \mathbb{R}' \cup \mathbb{R}$$

$$\mathbb{R} =]-\infty; \infty[$$

ملاحظات

$$\mathbb{R}_+ =]0; \infty[$$

$$\mathbb{R}_- =]-\infty; 0]$$

$$\mathbb{R}_- =]-\infty; 0] = \text{مجموعة الأعداد الحقيقية غير سالبة}$$

$$\mathbb{R}_+ =]0; \infty[= \text{مجموعة الأعداد غير موجبة}$$

ملاحظات

س \cap س العناصر المشتركة (موجودة في س و ص)




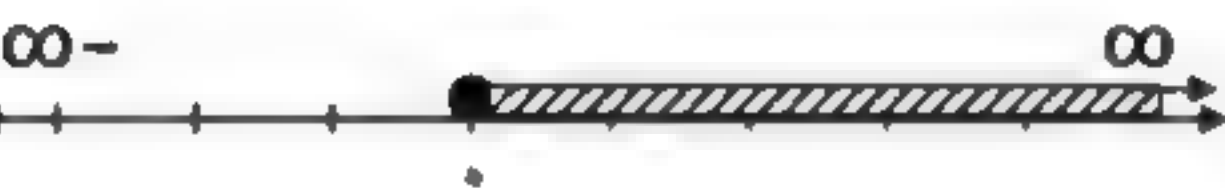



س \cup س كل العناصر الموجودة في س و ص

س - س الموجودة في س وغير موجودة في ص

س - س الموجودة في ص وغير موجودة في س

س كل العناصر ماعدا العناصر الموجودة في س

عبر عن المجموعة التالية بصورة فتره ومثلها على خط الاعداد

	$\{ 6 \geq p \geq 2, \text{ ح } \exists p: p \} = \text{س}$ <p>الحل</p> $[2, 6] = \text{س}$	(١)
	$\{ 6 > p \geq 2, \text{ ح } \exists p: p \} = \text{س}$ <p>الحل</p> $[2, 6) = \text{س}$	(٢)
	$\{ p \geq 0, \text{ ح } \exists p: p \} = \text{س}$ <p>الحل</p> $[-\infty, 0] = \text{س}$	(٣)
	$\{ 0 \leq s, \text{ ح } \exists s: s \} = \text{س}$ <p>الحل</p> $[0, \infty] = \text{س}$	(٤)
	$\{ s > 0, \text{ ح } \exists s: s \} = \text{س}$ <p>الحل</p> $(-\infty, 0) = \text{س}$	(٥)
	$\{ 6 \geq p > 2, \text{ ح } \exists p: p \} = \text{س}$ <p>الحل</p> $(2, 6] = \text{س}$	(٦)
	$\{ 4 > p > 2, \text{ ح } \exists p: p \} = \text{س}$ <p>الحل</p> $\{ 3 \} = \text{س}$	(٧)



أوجد مستقيماً بخط الأعداد

$$(1) \text{ سـ } \cap \text{ سـ}$$

$$(2) \text{ سـ } \cup \text{ سـ}$$

$$(3) \text{ سـ } - \text{ سـ}$$

$$(4) \text{ سـ } - \text{ سـ}$$

$$\text{سـ} =] - ٥, ١]$$

الحل



$$\text{إذا كان سـ} = [- ٣, ٣]$$

$$\text{سـ} \cup \text{سـ} =] - ٥, ٣]$$

$$\text{سـ} \cap \text{سـ} = [- ٣, ١]$$

$$\text{سـ} - \text{سـ} =] - ١, ٣]$$

$$\text{سـ} - \text{سـ} = [٥, ٣]$$

$$\text{سـ} = \text{كل العناصر ماعدا العناصر الموجودة في سـ} \quad \text{سـ} =] - ٣, ٣]$$

$$\text{سـ} = \text{كل العناصر ماعدا العناصر الموجودة في صـ} \quad \text{سـ} =] - ٥, ١]$$

(١)

$$\text{إذا كان سـ} = [١, ٤], \text{سـ} = \{ ١, ٤ \}$$

$$\text{أوجد سـ} \cap \text{سـ}, \text{سـ} \cup \text{سـ}, \text{سـ} - \text{سـ}, \text{سـ} - \text{سـ}$$

الحل



$$\text{سـ} \cap \text{سـ} = \emptyset$$

$$\text{سـ} \cup \text{سـ} = [١, ٤]$$

$$\text{سـ} - \text{سـ} =] ١, ٤]$$

$$\text{سـ} - \text{سـ} = \{ ١, ٤ \}$$

(٢)

نمایندگی (۴)

$$(\neg A \cap B) \cup (A \cap \neg B) = A \oplus B \quad (1)$$

$$([\cdot, \infty - [\epsilon] \infty \epsilon, [\epsilon], \cdot, \infty - [\epsilon] \infty \epsilon, [\cdot]) \dots\dots\dots = + \mathcal{L} \quad (2)$$

$$([\cdot, \infty - [\epsilon] \infty \epsilon \cdot] \epsilon], \infty - [\epsilon] \infty \epsilon \cdot [) \dots\dots\dots = _2 \quad (3)$$

(٤) مجموعة الأعداد الحقيقية غير سالبة = $[0, \infty) \cup (-\infty, 0] \cup \dots = \mathbb{R}$

(٥) مجموعة الأعداد حقيقية غير موجبة = $(\dots, -\infty, -[٤], -\infty - [٤], -\infty)$

$$(\dots - [c[\dots - [c]\dots c, [c]\dots c]) \dots = {}^{-\ell} + {}^{\ell} \quad (7)$$

$$(\{1\} \cup \{0\}) \cap \{0\} = \{0\} \quad (V)$$

$$(\phi \in \{\tau \in \tau\} \in \{\tau\} \in \{\tau\}) \dots\dots\dots =]\tau \in \tau] \cap \{\tau \in \tau\} \quad (\wedge)$$

$$(\phi_{\{Y \subseteq O\} \subseteq \{Y\} \subseteq \{O\}}) \dots\dots\dots = [Y \subseteq O] \cap \{Y \subseteq O\} \quad (9)$$

$$(\phi_{\{V, O\} \subseteq \{V\} \subseteq \{O\}}) \dots\dots\dots =]V, O[\cap \{V, O\} \quad (1.)$$

$$([\gamma_0], \{\gamma_0\}, \{\gamma\}, \{0\}) \dots\dots\dots =]\gamma_0[\cup \{\gamma_0\} \quad (11)$$

(١٢) مجموعة الأعداد الحقيقية = $(- \infty, \infty)$

(۱۳) إذا كانت $s \in [-3, \infty)$ فإن..... $(s \in (-3, -3) \cup (-3, 3) \cup (3, \infty))$

$$(\text{)}\xi-\epsilon^3-[\epsilon]\xi\epsilon^3-[\epsilon][\xi\epsilon^3-[\epsilon][\xi\epsilon^3-])\dots\dots\dots=\{\xi\epsilon^3-\}-[\xi\epsilon^3-] \quad (14)$$

$$([0, 3] \cap \{0, 3\}) \cap (\{0\} \cup \{3\}) = \{3\} \cup [0, 3] \quad (15)$$

($\forall, \exists, \Rightarrow$) [\circ, \neg] $\overline{\sigma}$ (17)

$$([\gamma_0, \{ \gamma_1, \dots \}, [\gamma_1, [\gamma_1, \dots]]) \dots \dots \dots = [\gamma_0, \gamma_1, \dots] \cap^+ \mathcal{C} \quad (17)$$

$$(\{1 \in \cdot \} - \{ \} \in \{1 - \} \in \{1\} \in \cdot \} \cap \cdot \} = \{1 \in \cdot \} \cap \cdot \} \quad (18)$$

(١٩) مجموعة جميع الأعداد الحقيقية داخل الفترة $[-٧, +٧]$ [نساوي $(٧-٤ \mid ٤-٧٤٠)$]



س = [۵، ۲] ، ص = [۳، ۱] - أوجد مستعینا بخط الأعداد

- (۱) (۱) س = ۱ ص = ۱
(۲) س = ۲ ص = ۱
(۳) س = ۳ ص = ۱
(۴) س = ۴ ص = ۱
(۵) س = ۵ ص = ۱
(۶) س = ۶ ص = ۱

س = [۵، ۳] ، ص = [۴، ۳] - أوجد مستعینا بخط الأعداد

- (۲) (۱) س = ۱ ص = ۱
(۲) س = ۲ ص = ۱
(۳) س = ۳ ص = ۱
(۴) س = ۴ ص = ۱
(۵) س = ۵ ص = ۱
(۶) س = ۶ ص = ۱

س = [۳، ۳] - [۵، ۰] ، ص = [۵، ۰] - أوجد مستعینا بخط الأعداد

- (۳) (۱) س = ۱ ص = ۱
(۲) س = ۲ ص = ۱
(۳) س = ۳ ص = ۱
(۴) س = ۴ ص = ۱
(۵) س = ۵ ص = ۱
(۶) س = ۶ ص = ۱

أوجد مستعینا بخط الأعداد إذا كان س = ۷ ، ص = [۳، ۲] -

- (۴) (۱) س = ۱ ص = ۱
(۲) س = ۲ ص = ۱
(۳) س = ۳ ص = ۱
(۴) س = ۴ ص = ۱
(۵) س = ۵ ص = ۱
(۶) س = ۶ ص = ۱

أوجد مستعینا بخط الأعداد إذا كان س = [۲، ۰] - ، ص = [۵، ۱] -

- (۵) (۱) س = ۱ ص = ۱
(۲) س = ۲ ص = ۱
(۳) س = ۳ ص = ۱
(۴) س = ۴ ص = ۱
(۵) س = ۵ ص = ۱
(۶) س = ۶ ص = ۱

إذا كانت س = [۳، ۱] - ، ص = [۴، ۰] - أوجد مستعینا بخط الأعداد

- (۶) (۱) س = ۱ ص = ۱
(۲) س = ۲ ص = ۱
(۳) س = ۳ ص = ۱
(۴) س = ۴ ص = ۱
(۵) س = ۵ ص = ۱
(۶) س = ۶ ص = ۱
(۷) س = ۷ ص = ۱

أوجد مستعینا بخط الأعداد إذا كانت س = [۵، ۱] - ، ص = [۴، ۳] -

- (۷) (۱) س = ۱ ص = ۱
(۲) س = ۲ ص = ۱
(۳) س = ۳ ص = ۱
(۴) س = ۴ ص = ۱
(۵) س = ۵ ص = ۱
(۶) س = ۶ ص = ۱

(۸) س = [۴، ۳] - أوجد مستعینا بخط الأعداد ۷ + س، ۷ + ص



(٢) أكمل

(١) عبر عن كل الفترات الآتية بالثقة

المميزة

..... = $\{٥,٣\} \cup [٥,٣]$ (١) = $[٢,١-]$ (١)
..... = $\{٥,٣\} \cap [٥,٣]$ (٢) = $]٣,١]$ (٢)
..... = $\{٥,٣\} - [٥,٣]$ (٣) = $[٣,٠[$ (٣)
..... = $\{٥,٣\} \cup]٥,٣[$ (٤) = $[٣,٢-]$ (٤)
..... = $\{٣\} \cup [٥,٣[$ (٥) = $[١-,\infty[$ (٥)
..... = $[٥,٣] - \{٥,٣\}$ (٦) = $]٤,\infty[$ (٦)
..... = $[٥,٣[- \{٥,٣\}$ (٧) = $[٥,٣-]$ (٧)
..... = $]٥,٣[- \{٥,٣\}$ (٨) = $[٢,٧-]$ (٨)
..... = $\{٥\} - [٥,٣]$ (٩) = $]٥,٣]$ (٩)
..... = $\{٣\} - [٥,٣]$ (١٠) = $]٢,٣-]$ (١٠)
..... = $[٤,٣] - [٥,٣]$ (١١) = $[٥,١-]$ (١١)
..... = $]٥,٣[\cup]١٠,١[$ (١٢) = $]٤,١-]$ (١٢)
..... = $[٢,٠] - [٢,٣-]$ (١٣) = $[٦,٢[$ (١٣)
..... = $]٥,٣] - [٥,٣]$ (١٤) = $[١-,\infty[$ (١٤)
..... = $[٦,٤] \cap [٤,٢-]$ (١٥) = $[٣,\infty[$ (١٥)
..... = $[٣,٣-] \cap +\mathcal{E}$ (١٦) = $]٠,\infty[$ (١٦)
..... = $[٤,١-] \cup -\mathcal{E}$ (١٧) = $[٩,١[$ (١٧)
..... = $]٣,١-] \cap \mathcal{S}$ (١٨) = $[١,٢-]$ (١٨)
..... = $]٢,٣-] \cap -\mathcal{E}$ (١٩) = $]٢-,\infty[$ (١٩)
..... = $[٥,٠] \cap +\mathcal{E}$ (٢٠) = $]١,٠]$ (٢٠)



مراجعته (١)

(١) أكمل	(٢) أكمل
(١) $s = 10$ فإن $\frac{1}{s} =$	(١) $\sqrt{5}$ ينحصر بين و.....
(٢) مجموعة حل المعادلة $s^2 + 9 = 0$ هي	(٢) $\sqrt{7}$ ينحصر بين و.....
(٣) مجموعة حل المعادلة $s^2 - 9 = 0$ هي	(٣) $\sqrt{27}$ ينحصر بين و.....
(٤) مجموعة الجذران التربيعيان للعدد 63 =	(٤) $\sqrt[3]{27}$ ينحصر بين و.....
(٥) $\sqrt{25} =$	(٥) $2 =$
(٦) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} =$	(٦) $2 =$
(٧) $\sqrt{9} - \sqrt{25} =$	(٧) $2 =$
(٨) $\sqrt[3]{8} =$	(٨) مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة =
(٩) $\sqrt{25} - \sqrt{27} =$	(٩) $\{0, 2\} - [0, 2] =$
(١٠) $\sqrt[3]{64} =$	(١٠) $\{6\} - [6, 3] =$
(١١) $\sqrt[3]{8s} =$	(١١) $[3, 2] \cup [1, 2] =$
(١٢) مجموعة حل المعادلة $s^2 - 16 = 0$ هي	(١٢) $[3, 2] \cup [0, 1] =$
(١٣) $ \sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{27} =$	(١٣) $[7, 3] \cap [0, 2] =$
(١٤) مجموعة حل المعادلة $s^2 + 0 = 13$ في 2 هي	(١٤) $[0, 2] - \{0, 2\} =$

- (۱۵) $\dots\dots\dots = \{۵, ۴, ۳\} - \{۵, ۲\}$ (۱۵) $\dots\dots\dots = \text{فإن س } ۲۵ = \text{س}^۱$ (۱۵)
- (۱۶) $\dots\dots\dots =]۵, ۲[- \{۵, ۲\}$ (۱۶) $\dots\dots\dots = \text{فإن س } ۱۲۵ = \text{س}^۳$ (۱۶)
- (۱۷) $\dots\dots\dots =]۵, ۲[\cup \{۵, ۲\}$ (۱۷) $\dots\dots\dots = \sqrt{s} \text{ فإن } ۶۴ = \text{س}^۳$ (۱۷)
- (۱۸) $\sqrt{۳}$ ينحصر بين $\dots\dots\dots$ و $\dots\dots\dots$ (۱۸) الجذر النکبی للعدد $۰, ۰۸ = \dots\dots\dots$ (۱۸)
- (۱۹) $\sqrt{۶}$ ينحصر بين $\dots\dots\dots$ و $\dots\dots\dots$ (۱۹) أوجد أقرب عدد صحيح للعدد $\sqrt{۲۴}$ هو $\dots\dots\dots$ (۱۹)
- (۲۰) $\sqrt{۲۳}$ ينحصر بين $\dots\dots\dots$ و $\dots\dots\dots$ (۲۰) أوجد أقرب عدد صحيح للعدد $\sqrt{۱۷}$ هو $\dots\dots\dots$ (۲۰)

(۲) أوجد مجموعة حل المعادلات في ج

- (۱) $۱۲۶ = ۱ + ۲(۳ - \text{س})$ (۱) $۱۲ = ۳ + ۲\text{س}$ (۱)
- (۲) $۱ - = ۵ - ۲\text{س}$ (۲) $۱۰ = ۲ - ۲\text{س}^۳$ (۲)
- (۳) $۳ = ۵ - ۲\text{س}$ (۳) $۰ = ۱۲۵ - ۲\text{س}$ (۳)
- (۴) $۷ = ۲ - ۲\text{س}$ (۴) $۱۰ = ۱ - ۲\text{س}^۲$ (۴)
- (۵) $۰ = ۲۵ + ۲\text{س}$ (۵) $۱۲۵ = ۲(۵ + \text{س})$ (۵)



العمليات على الأعداد الحقيقية

الدرس الخامس

قوانين

$$١) \overline{a} \times \overline{b} = \overline{a \times b}$$

$$\text{فمثلا } \overline{١٠} = \overline{٥} \times \overline{٢}$$

$$٢) \frac{\overline{a}}{\overline{b}} = \overline{\frac{a}{b}} \quad \text{فمثلا } \frac{\overline{٥}}{\overline{٣}} = \overline{\frac{٥}{٣}}$$

$$٣) \overline{a} \times \overline{a} = \overline{a^2} \quad \text{فمثلا } \overline{١٦} = \overline{٤} \times \overline{٤}$$

$$\overline{١٦} = \overline{٤^2}$$

(٣) ابدالية

(٢) جمع

(١) إنغلاق

خواص
الجمع

لا نجمع إلا الحذور المنشابهة

$$\text{فمثلا } \overline{٩} = \overline{٥} + \overline{٤}$$

$$\overline{٦} = \overline{٥} + \overline{١} \quad \text{لا يمكن جمعهم}$$

نذكر المعكوس الجمعى \overline{a} هو $-\overline{a}$ بتغير الإشارة ،

محايده جمعى هو صفر

خواص
الضرب

(١) عملية ضرب الأعداد الحقيقية مغلقة

(٢) عملية ضرب الأعداد الحقيقية ابدالية

(٣) عملية ضرب الأعداد الحقيقية دمجية

(٤) المحايده الضربى فى $\overline{١}$ هو ١



أمثلة

$$\overline{5} \vee 9 = \overline{5} \vee 4 + \overline{5} \vee 5 \quad (1)$$

$$\overline{5} \vee 2 - \overline{2} \vee 4 = \overline{5} \vee 6 - \overline{2} \vee 3 - \overline{5} \vee 4 + \overline{2} \vee 7 \quad (2)$$

$$\overline{5} \vee + \overline{2} \vee - = (\overline{5} \vee - \overline{2} \vee) \text{ هو } (\overline{5} \vee - \overline{2} \vee) \text{ المعكوس الجمعي للعدد } \quad (3)$$

$$0 = \overline{2} \overline{5} \vee = \overline{5} \vee \times \overline{5} \vee \quad (4)$$

$$\overline{14} \vee 2 - 9 = 2 + \overline{14} \vee 2 - 7 = 2 (\overline{2} \vee - \overline{7} \vee) \quad (5)$$

$$\overline{10} \vee 6 - \overline{6} \vee 12 = (\overline{5} \vee 2 - \overline{3} \vee 4) \overline{2} \vee 3 \quad (6)$$

$$\overline{6} \vee 12 + 30 = (\overline{3} \vee 4 + \overline{2} \vee 5) \overline{2} \vee 3 \quad (7)$$

$$14 - \overline{21} \vee 3 = (\overline{7} \vee 2 - \overline{3} \vee 3) \overline{7} \vee \quad (8)$$

$$\overline{35} \vee + \overline{10} \vee - \overline{21} \vee - \overline{6} \vee = (\overline{7} \vee - \overline{2} \vee) (\overline{5} \vee - \overline{3} \vee) \quad (9)$$

$$30 + \overline{15} \vee 3 - \overline{15} \vee 4 - 6 = (\overline{5} \vee 2 - \overline{3} \vee) \left(\frac{\overline{5} \vee 3 - \overline{3} \vee 2}{\overline{15} \vee 7 - 36} \right) \quad (10)$$

تمارين (٥)

(١) أكمل	(٢) أكمل
(١) المعكوس الجمعي للعدد $\sqrt{2}$ هو	(١) $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$
(٢) المعكوس الجمعي للعدد $-\sqrt{2}$ هو	(٢) $-\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$
(٣) المعكوس الجمعي للعدد $\frac{\sqrt{2}}{2}$ هو	(٣) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$
(٤) المعكوس الجمعي للعدد $\sqrt{2} - 3$ هو	(٤) $(\sqrt{2} - 3) + (3 - \sqrt{2}) = 0$
(٥) المعكوس الجمعي للعدد $\sqrt{2} + 3$ هو	(٥) $(\sqrt{2} + 3) - (3 + \sqrt{2}) = 0$
(٦) المعكوس الجمعي للعدد	(٦) $3 - \sqrt{2}$ هو
(٧) المحايث جمعي في $\sqrt{2}$ هو	(٧) $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$
(٨) المعكوس الجمعي $(3\sqrt{2})$ هو	(٨) $3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{3} = 2$
(٩) المعكوس الجمعي $3\sqrt{2}$ هو	(٩) $3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{3} = 2$
(١٠) المعكوس ضربى للعدد $\frac{2}{5}$ هو	(١٠) $\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1$
(١١) المعكوس ضربى للعدد $\frac{3}{5}$ هو	(١١) $\frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = 1$



- (١٢) المعكوس ضربى للعدد $\frac{2}{5}$ هو (١٢) $(\sqrt{2})^{-1} = \dots$
- (١٣) المعكوس ضربى للعدد ١ هو (١٣) $(\sqrt{2})^{-1} = \dots$
- (١٤) المعكوس ضربى للعدد صفر هو ... (١٤) $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = \dots$
- (١٥) $\sqrt{2} + \sqrt{2} = \dots$ (١٥) $\frac{9}{5} \times \frac{5}{9} = \dots$
- (١٦) $\sqrt{2} + \sqrt{2} = \dots$ (١٦) $\sqrt{2} + \sqrt{2} = \dots$
- (١٧) $\sqrt{2} + \sqrt{2} = \dots$ (١٧) $\sqrt{2} + \sqrt{2} = \dots$
- (١٨) $\sqrt{2} + \sqrt{2} = \dots$ (١٨) $\sqrt{2} + \sqrt{2} = \dots$
- (١٩) $\sqrt{2} + \sqrt{2} = \dots$ (١٩) $\sqrt{2} + \sqrt{2} = \dots$
- (٢٠) $\sqrt{2} + \sqrt{2} = \dots$ (٢٠) $\sqrt{2} + \sqrt{2} = \dots$

(٢) أوجد فى أبسط صورة

- (١) $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2}$ (١) $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2}$
- (٢) $9 - \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}$ (٢) $9 - \sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}$
- (٣) $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2}$ (٣) $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2}$
- (٤) $(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})$ (٤) $\sqrt{2} + \sqrt{2}$
- (٥) $(\sqrt{2} + 4)(\sqrt{2} - 4)$ (٥) $\sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{2} - \sqrt{2}$
- (٦) $(2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2})$ (٦) $(1 - \sqrt{2})^{-1}$

(٣) أوجد فى أبسط صورة

- (١) $\frac{10 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ (١) $\frac{3}{\sqrt{2}}$
- (٢) $\frac{3 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ (٢) $\frac{8}{\sqrt{2}}$

(۲) اوجد فی أبسط صورة

(۱) $(\sqrt{3} - 5 -)\sqrt{3} -$

(۱) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

(۲) $(\sqrt{2} + 1)^2 - (\sqrt{2} - 3)\sqrt{2}$

(۲) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})\sqrt{3}$

(۳) $(\sqrt{7} - \sqrt{2})\sqrt{2}$

(۳) $(\sqrt{3} + 5)\sqrt{2}$

(۴) $(\sqrt{2} - 5 -)\sqrt{2} -$

(۴) $(2 + \sqrt{2})\sqrt{2}$

(۲) أختار الإجابة الصحيحة

..... = $(\sqrt{2}^2)^3$

..... = $\sqrt{3} - \sqrt{3}$

(۱) $(\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2})$

(۱) $(\sqrt{3} - \sqrt{3}, \sqrt{3} - \sqrt{3}, \sqrt{3} - \sqrt{3}, \sqrt{3} - \sqrt{3}, \sqrt{3} - \sqrt{3}, \sqrt{3} - \sqrt{3}, \sqrt{3} - \sqrt{3}, \sqrt{3} - \sqrt{3}, \sqrt{3} - \sqrt{3}, \sqrt{3} - \sqrt{3})$

المعكوس ضربی للعدد $\sqrt{2}$ هو ..

..... = $\sqrt{3}^3 + \sqrt{3}^2$

(۲) $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

(۲) $(\sqrt{3}^3, \sqrt{3}^3, \sqrt{3}^3, \sqrt{3}^3, \sqrt{3}^3, \sqrt{3}^3, \sqrt{3}^3, \sqrt{3}^3, \sqrt{3}^3, \sqrt{3}^3)$

المعكوس ضربی $\frac{\sqrt{2}}{2}$ هو.....

..... = $\sqrt{2} + 4 - \sqrt{2}^7 + 5$

(۳) $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2})$

(۳) $(\sqrt{2}^6 + 1, \sqrt{2}^8 + 1, \sqrt{2}^7 + 1, \sqrt{2}^5 + 1, \sqrt{2}^4 + 1, \sqrt{2}^3 + 1, \sqrt{2}^2 + 1, \sqrt{2}^1 + 1, \sqrt{2}^0 + 1, \sqrt{2}^{-1} + 1)$

المعكوس ضربی $\frac{\sqrt{2}}{2}$ هو.....

..... = $\sqrt{3} \times \sqrt{3}^2$

(۴) $(\sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2)$

(۴) $(\sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2, \sqrt{3}^2)$



العمليات على الجذور التربيعية

الدرس السادس

أمثلة

$$\sqrt{3} = \sqrt{1} + \sqrt{2} = \sqrt{1} + \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{1} + \sqrt{8} \quad (1)$$

$$\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2} - \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{2} - \sqrt{12} = \text{صفر} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{3} + \sqrt{18} - \sqrt{50} \\ & \sqrt{4 \times 3} + \sqrt{9 \times 2} - \sqrt{25 \times 2} = \\ & \sqrt{2 \times 3} + \sqrt{3 \times 2} - \sqrt{5 \times 2} = \\ & \sqrt{10} = \sqrt{6} + \sqrt{6} - \sqrt{10} = \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{50} + \sqrt{80} - \sqrt{20} \\ & \sqrt{9 \times 50} + \sqrt{16 \times 50} - \sqrt{5 \times 40} = \\ & \sqrt{5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5} + \sqrt{5 \times 4 \times 4 \times 5} - \sqrt{5 \times 2 \times 2 \times 5} = \\ & \sqrt{4} - \sqrt{4} + \sqrt{16} - \sqrt{4} = \end{aligned} \quad (4)$$



$$\overline{48} - {}^2(\overline{3} + 2)$$

$$\overline{16 \times 3} - 2 + \overline{3} \times 4 + 4 = \quad (5)$$

$$7 = \overline{3} \times 4 - \overline{3} \times 4 + 7 =$$

$$\overline{3} \times 3 = \overline{3 \times 9} = \overline{27} \quad (6)$$

$$\overline{10} = \overline{3 \times 0} = \overline{3 \times 9} \times 0 = \overline{04} \times 0 \quad (7)$$

$$\overline{1} = \frac{\overline{3} \times 3}{3} = \frac{\overline{3}}{\overline{3}} \times \frac{\overline{3}}{\overline{3}} \times 3 = \frac{\overline{3}}{3} \times 3 \quad (8)$$

$$\overline{10} \times 2 + 7 = 2 + \overline{10} \times 2 + 0 = {}^2(\overline{2} + \overline{0}) \quad (9)$$

$$3 = 2 - 0 = (\overline{2} + \overline{0})(\overline{2} + \overline{0}) \quad (10)$$

تمارين (٦)

ضع كلا مما يأتي على صورة الجواب		(٢) أكمل	
(١)	$= \sqrt{٢٧}$	(١)	$\dots\dots\dots = \sqrt{٢٠} \cdot ٤$
(٢)	$= \sqrt{٢٥٧}$	(٢)	$\dots\dots\dots = ٥ \cdot \sqrt{\dots\dots\dots}$
(٣)	$= \sqrt{٨}$	(٣)	$\dots\dots\dots = \sqrt{٢٧}$
(٤)	$= \sqrt{٢٠} \cdot \sqrt{\dots\dots\dots}$	(٤)	$\dots\dots\dots = \sqrt{١٠} \cdot \sqrt{\dots\dots\dots}$
(٥)	$= \sqrt{٢٨}$	(٥)	$\dots\dots\dots = \sqrt{٨} \cdot ٥$
(٦)	$= \sqrt{\frac{١}{٥}}$	(٦)	$\dots\dots\dots = \sqrt{١٠٠} \cdot \sqrt{\frac{٢}{\dots\dots\dots}}$
(٧)	$= \sqrt{٢٢} \cdot ٢$	(٧)	$\dots\dots\dots = \sqrt{\frac{٢}{٣}} \cdot ٦$
(٨)	$= \sqrt{\frac{١}{٣}} \cdot ٦$	(٨)	$\dots\dots\dots = \sqrt{٤}$

(٢) أوجد شيء أبسط صورة	
(١)	$\sqrt{٨} + ٥ \cdot \sqrt{\dots\dots\dots}$
(٢)	$\sqrt{٢٠} - ٤ \cdot \sqrt{٥}$
(٣)	$\sqrt{٨} - \sqrt{٨} + \sqrt{٢} \cdot ٤$
(٤)	$\sqrt{٤٥} + \sqrt{٥} - \sqrt{٢٠}$
(٥)	$\sqrt{٨} - \sqrt{٨} + \sqrt{٢} \cdot ٣$
(٦)	$\sqrt{٢} \cdot ٤ + \sqrt{٨} - \sqrt{٢٨} - ٩ \cdot \sqrt{\dots\dots\dots}$
(١)	$\sqrt{\frac{١}{٣}} \cdot ٦ + \sqrt{٢٢} - \sqrt{٣٢}$
(٢)	$\sqrt{٣} \cdot ٤ + \sqrt{٢٠} - \sqrt{٢٧} - ٤ \cdot \sqrt{٥}$
(٣)	$\sqrt{\frac{١}{٣}} \cdot ٤ + \sqrt{٨} - \sqrt{٥}$
(٤)	$\sqrt{\frac{١}{٣}} \cdot ٦ - \sqrt{٢٢} \cdot ٢ + \sqrt{٤٨}$
(٥)	$\sqrt{\frac{١}{٣}} \cdot ٣ - \sqrt{٨} - \sqrt{٢٢} + \sqrt{٢٧}$
(٦)	$\sqrt{٢٢} - \sqrt{٢٧} - \sqrt{٥}$

أوجد كل مما یأتی س + ص ، س × ص

(۱) $س = ۳ + ۵$

$ص = ۱ - ۵$

(۲) $س = ۳ - ۲$

$ص = ۳ + ۲$

(۳) $س = ۳ - ۵$

$ص = ۳ - ۵$

(۱)

إذا كان $۲ - ۳ + ۲$ ب $۲ - ۳ - ۲$

أوجد

(۲)

(۱) $۲ + ب$

(۲) $۲ - ب$

(۲) $۲ ب$

(۳) $۲ ب + ۲ ب + ۲ ب$

أكمل

(۱) $۵، ۲، ۴، ۸، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰، ۳۵، ۴۰، ۴۵، ۵۰، ۵۵، ۶۰، ۶۵، ۷۰، ۷۵، ۸۰، ۸۵، ۹۰، ۹۵، ۱۰۰$ بنفس النمط

(۲) $س = ۵ = ۲$ فإن $(س + ۵) = ۲$ أو
.....

(۳) $۳ \times ۳ = ۹$
.....

(۴) $۲ - ۲ = ۰$ فإن $س = ۳$
.....

(۵) $\frac{۲۷}{۳} \div \frac{۷۲}{۲} =$
.....

(۳)

(۶) $\frac{۶}{۲} = س$ فإن $س = ۱$
.....

(۷) $\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} =$
.....



الدرس السابع

العدان المرافقان

قوانين

$\overline{a} + \overline{b}$ مرافقة $\overline{a} - \overline{b}$ بتغير إشارة حد واحد فقط

$\overline{a} + \overline{b}$ معكوس جمعي $\overline{a} - \overline{b}$ بتغير إشارة الحدين

معكوس جمعي للعدد $\overline{5} - \overline{3}$ هو

مرافق العدد $\overline{5} - \overline{2}$ هو أو

مرافق العدد $\overline{5} + \overline{3}$ هو

خواص
الجمع

العدد x مرافقه = مربع الاول - مربع ثاني

$$3 = 2 - 5 = (\overline{2} - \overline{5})(\overline{2} + \overline{5})$$

$$(s + s)(s - s) = s^2 - s^2$$

نذكر أن

$$(1) (s + s) = s^2 + s^2 + s^2 + s^2 \text{ ومنها}$$

$$s^2 + s^2 + s^2 + s^2 = (s + s) = s^2 - s^2$$

$$s^2 + s^2 = (s + s) = s^2 - s^2$$

$$(2) (s - s) = s^2 - s^2 + s^2 + s^2 \text{ ومنها}$$

$$s^2 - s^2 + s^2 + s^2 = (s - s) = s^2 + s^2$$

$$s^2 + s^2 = (s - s) = s^2 + s^2$$



امثله

أوجد في أبسط صورة

فكرة الحل هي ضرب البسط والمقام في مرافق المقام

$$\frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \times \frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} \quad (1)$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 \cdot 4}{3 - 5}$$

إذا كان $s = \frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$ ، $\sqrt{3} - \sqrt{5} = s$ أثبت أن s ، s مترافقان ثم أوجد
 $s^2 - 2ss + s^2$

الحل

$$\sqrt{3} + \sqrt{5} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 \cdot 4}{3 - 5} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \times \frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} = s \quad (2)$$

∴ s ، s مترافقان

$$s^2 - 2ss + s^2 = (s - s)^2 = s^2 + s^2 - 2ss = 12 = (\sqrt{3}^2) = 12$$

إذا كان $s = \sqrt{5} + \sqrt{7}$ ، $\frac{2}{s} = \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{7}}$ أوجد قيمة $\frac{s + s}{s}$

الحل

$$\frac{\sqrt{5} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} - \sqrt{7}} \times \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} = \frac{2}{s} = s \quad (3)$$

$$\sqrt{5} - \sqrt{7} = \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{7})^2}{s} =$$

$$\sqrt{5}^2 - \sqrt{7}^2 = \sqrt{5} - \sqrt{7} + \frac{5 - 7}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} = s + s =$$

$$s + s = 2 = 5 - 7 = (\sqrt{5} - \sqrt{7})(\sqrt{5} + \sqrt{7}) = s + s$$

$$\sqrt{7} = \frac{\sqrt{7} \cdot 2}{2} = \frac{s + s}{s}$$

تمارين (٧)

(١) أكتب مرافق كل من الأعداد الآتية (٢) أعمل المقام عددا نسبيا

(١) $\sqrt{3} + \sqrt{5}$

(١) $\frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$

(٢) $\sqrt{2} - \sqrt{5}$

(٢) $\frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$

(٣) $\sqrt{3} - 2$

(٣) $\frac{4}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$

(٤) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

(٤) $\frac{4}{\sqrt{2} - \sqrt{5}}$

(٥) $\sqrt{2} + \sqrt{3} -$

(٥) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 2}$

(٦) $\sqrt{2} - \sqrt{5} -$

(٦) $\frac{2 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$

(٢) أكمل

(١) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ المعكوس ضربى $= (\sqrt{5} - \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$ هو (١)

(٢) $3 + \sqrt{2}$ مرافق $\sqrt{2}$ المعكوس ضربى $\frac{\sqrt{2}}{3}$ هو (٢)

(٣) مرافق العدد $\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ هو (٣)



المعکوس ضربی للعدد

مرافق العدد $\frac{2}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ فی

$$(4) \quad \sqrt{3} + \sqrt{5} = \text{فی أبسط صورة}$$

 $(4) \quad \text{أبسط صورة هو } \dots\dots\dots$
هو $\dots\dots\dots$

$$س = 2 + \sqrt{5}, \text{ ص للعدد المرافق}$$

$$س = 1 + \sqrt{3}, \text{ ص} = 1 - \sqrt{3}$$

$$(5) \quad \text{للمعد } س \text{ فإن } (س - ص)^2 = \dots\dots\dots$$

$$(5) \quad \text{فإن } (س + ص)^2 = \dots\dots\dots$$

 $\dots\dots\dots$

$$(6) \quad \frac{س}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \sqrt{5} + \sqrt{3} \text{ فإن قيمة}$$

المعکوس جمعی $\sqrt{3} - \sqrt{5}$
 $(6) \quad \text{هو } \dots\dots\dots \text{ و مرافقه هو } \dots\dots\dots$
 $س = \dots\dots\dots$

$$(7) \quad \text{إذا كان } \frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \sqrt{5} + \sqrt{3} \text{ فإن قيمة}$$

المعکوس ضربی للعدد $\frac{\sqrt{5}}{10}$ هو

(7)

 $س \text{ فی أبسط صورة} = \dots\dots\dots$
 $\dots\dots\dots =$

$$(8) \quad \text{إذا كان } س^{-1} = \frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} \text{ فإن } س$$

المعکوس ضربی $2 + \sqrt{3}$ هو

(8)

 $\dots\dots\dots =$
 $\dots\dots\dots =$

$$\text{إذا كان } س = \sqrt{5} - \sqrt{3}, \text{ ص} = \frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{5}}$$

 $(1) \quad \text{أثبت أن } س، ص \text{ مترافقان ثم اوجد } س^2 - 2سص + ص^2$

$$س = \sqrt{5} + \sqrt{3}, \text{ ص} = 2$$

 $(2) \quad \text{أثبت أن } س، ص \text{ مترافقان ثم اوجد } س^2 - 2سص + ص^2$

$$س = ۲ - \sqrt{۳} - \sqrt{۳} = ۲ - ۲\sqrt{۳} = ۲(۱ - \sqrt{۳})$$

(۳)

اثبت ان س، ص مترافقان ثم اوجد

$$اذا كان ۱ = \sqrt{۲} + \sqrt{۳} \quad ب = \frac{۱}{\sqrt{۲} - \sqrt{۳}}$$

(۴)

اوجد قيمة $\left(\frac{ب+۱}{ب}\right)^۲$

$$اذا كان ۱ = \sqrt{۲} + \sqrt{۳} \quad ب = \frac{۱}{\sqrt{۲} + \sqrt{۳}}$$

(۵)

اوجد قيمة $\frac{ب+۱}{ب}$

$$س = \sqrt{۲} + \sqrt{۵} \quad ص = \sqrt{۲} - \sqrt{۵}$$

(۶)

اوجد قيمة $\frac{س+ص}{س-ص}$

$$س = \sqrt{۲} + \sqrt{۳} \quad ص = \frac{۱}{\sqrt{۲} + \sqrt{۳}}$$

(۷)

۱- اثبت ان س، ص مترافقان

۲- اوجد قيمة $(س + ص) \div (س - ص)$

$$۱ = \sqrt{۲} + \sqrt{۵} \quad ب = \sqrt{۲} - \sqrt{۵} \quad اوجد قيمة \frac{ب+۱}{ب}$$

(۸)

$$س = \frac{۴}{\sqrt{۳} - \sqrt{۷}} \quad ص = \sqrt{۳} - \sqrt{۷}$$

(۱) اثبت ان س، ص مترافقان (۲) اوجد قيمة س، ص

(۹)

(۳) س + ص (۴) س + ص

(۵) $س^۲ - ۲سص + ص^۲$ (۶) $س^۲ + صص + ص^۲$ (۷) $(س - ص)^۲$

$$س = \sqrt{2} - \sqrt{2} \quad س = \frac{5}{\sqrt{2} - \sqrt{2}}$$

(۱) اثبت ان س ، ص مترافقان (۲) س + ص

$$\frac{س + ص}{س \times ص}$$

(۴)

(۳) س × ص

(۱۰)

$$(۵) \frac{س - ص}{س \times ص}$$

(۶) س^۲ + ص^۲(۸) س^۲ - ۲سص + ص^۲(۷) س^۲ + ص^۲ - ۲سص

(۱۱) س = ۲ - ۵√۲ ، ص مرافق س أوجد قيمة (س - ص)°

$$س = \sqrt{3} - \sqrt{5} \quad س \times ص = ۲$$

(۱۲) اثبت ان س ، ص عدنان مترافقان

$$س = \frac{۱}{\sqrt{3} + ۲} \quad ص = \frac{۱۲}{\sqrt{3}}$$

(۱۳)

أوجد قيمة س^۲ + ص^۲

(۱۴) اذا كان س = $\frac{۱}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$ ، ص هي المعكوس ضربى للعدد س

أوجد ص ثم اثبت ان (س + ص)^۲ = ۱۲

$$س = \sqrt{5} + \sqrt{2} \quad ص = \frac{۲}{س}$$

(۱۵)

$$\frac{س + ص}{س \times ص}$$

أوجد قيمة

$$س = \frac{۱}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \quad ص = \frac{۱}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

(۱۶)

اثبت ان س ، ص مترافقان ثم اوجد قيمة س^۲ ص^۲



العمليات على الجذور التكعيبية

الدرس الثامن

قوانين

$$)١ \quad \sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$$

$$٣ = \sqrt[3]{٢٧} = \sqrt[3]{٩} \times \sqrt[3]{٣}$$

$$)٢ \quad \sqrt[3]{\frac{1}{b}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{b}} \quad \text{حيث } b \neq \text{صفر}$$

$$٢ = \sqrt[3]{٨} = \sqrt[3]{\frac{٣٢}{٤}} = \frac{\sqrt[3]{٣٢}}{\sqrt[3]{٤}}$$

أمثلة

أوجد في أبسط صورة

(١)

$$\sqrt[3]{١٠} = \sqrt[3]{٥} \times \sqrt[3]{٢}$$

(٢)

$$\sqrt[3]{١٢} = \sqrt[3]{٤} \times \sqrt[3]{٣}$$

(٣)

$$\sqrt[3]{٥٢} = \sqrt[3]{٨ \times ٥} = \sqrt[3]{٤} \times \sqrt[3]{٥}$$

$$\sqrt[3]{١٦٠} = \sqrt[3]{٥ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢} = \sqrt[3]{٥} \times \sqrt[3]{٢} \times \sqrt[3]{٢} \times \sqrt[3]{٢}$$

(٤)

$$\frac{\text{الحل}}{\sqrt[3]{٢٧ \times ٢} \times \sqrt[3]{٥} = \sqrt[3]{١٢٥ \times ٢} \times \sqrt[3]{٢} = \sqrt[3]{٨ \times ٢} \times \sqrt[3]{٢} =$$

$$\sqrt[3]{٢} \times \sqrt[3]{٢} \times \sqrt[3]{١٥} = \sqrt[3]{٢} \times \sqrt[3]{١٥} \times \sqrt[3]{١٥} = \sqrt[3]{٢} \times \sqrt[3]{٢٢٥}$$

إذا كانت $\sqrt[3]{١ + \sqrt[3]{٣}} = \text{ص}$, $\sqrt[3]{١ - \sqrt[3]{٣}} = \text{س}$ أوجد $\sqrt[3]{(٣ + \text{ص})}$, $\sqrt[3]{(٣ - \text{ص})}$

(٥)

$$\frac{\text{الحل}}{\sqrt[3]{٢٤} = \sqrt[3]{(٣ + \sqrt[3]{٣})} = \sqrt[3]{(١ - \sqrt[3]{٣} + ١ + \sqrt[3]{٣})} = \sqrt[3]{(٣ + \text{ص})}$$

$$\sqrt[3]{٨} = \sqrt[3]{(٣ - \sqrt[3]{٣})} = \sqrt[3]{(١ + \sqrt[3]{٣} - ١ + \sqrt[3]{٣})} = \sqrt[3]{(٣ - \text{ص})}$$



تمارين على الجذور النكعبيية (٨)

أكمل		أكمل (١)	
..... = $\sqrt{108}$	(١) = $\sqrt{6}$	(١)
..... = $\sqrt{\frac{72}{9}}$	(٢) = $\sqrt{375}$	(٢)
..... = $\sqrt{35}$	(٣) = $\sqrt{24}$	(٣)
..... = $\sqrt{\frac{3}{4}}$ ٣	(٤) = $\sqrt{50.0}$	(٤)
..... = $\sqrt{28}$	(٥) = $\sqrt{4.0}$	(٥)
..... = $\sqrt{35} - \sqrt{\frac{2}{3}}$	(٦) = $\sqrt{27} - \sqrt{\frac{1}{3}}$	(٦)
..... = $\sqrt{92}$	(٧) = $\sqrt{48}$	(٧)
..... = $\sqrt{32} \times \sqrt{2}$	(٨) = $\sqrt{\frac{1}{9}}$ ٣	(٨)
..... = $\sqrt{50.0}$	(٩) = $\sqrt{54}$	(٩)
..... = $\sqrt{\frac{2}{5}}$ ١٠ -	(١٠) = $\sqrt{64} - \sqrt{\frac{1}{4}}$	(١٠)
..... = $\sqrt{54}$	(١١) = $\sqrt{81}$	(١١)

أوجد في أبسط صورة		(٢)	
$\sqrt{50} \times \sqrt{10} - \sqrt{6}$	(١)	$\sqrt{2} - \sqrt{6}$	(١)
$\sqrt{3\frac{4}{9}} - \sqrt{24}$	(٢)	$\sqrt{24} - \sqrt{25}$	(٢)
$\sqrt{\frac{1}{9}} ٣ - \sqrt{24} + \sqrt{81}$	(٣)	$\sqrt{24} + \sqrt{81}$	(٣)
$\sqrt{6} ٥ + \sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt{8} + \sqrt{54}$	(٤)	$\sqrt{50} - \sqrt{6} + \sqrt{54}$	(٤)

$$(5) \quad 2\sqrt{54} - \sqrt{2} + \sqrt{16} = \sqrt{108} - 2\sqrt{2} - \frac{1}{4}\sqrt{2}$$

$$(6) \quad \sqrt{16} - \frac{1}{4} + \sqrt{54} + \sqrt{2} = \sqrt{2} - 3\sqrt{2} \times \sqrt{2} + \sqrt{2} + \frac{1}{4}\sqrt{2}$$

$$(7) \quad \sqrt{18} + \sqrt{54} - \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{2}} - \sqrt{16} = \frac{1}{4}\sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{54} - \sqrt{2}$$

$$(8) \quad 5\sqrt{2} - \frac{1}{4}\sqrt{2} + 20\sqrt{2} + (\sqrt{54} \times \sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 9 - \frac{1}{4}\sqrt{2} - 1$$

أسئلة مقالية

$$(1) \quad \text{أثبت أن } \sqrt{128} + \sqrt{16} - 2\sqrt{54} = \text{صفر}$$

$$(2) \quad \text{أثبت أن } \sqrt{54} \times \sqrt{16} \div (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) = 1$$

$$\text{إذا كانت } 1 + \sqrt{2} = \text{ب} \quad 1 - \sqrt{2} =$$

$$\text{أحسب قيمة كلا مما يأتي (1) (ب-1) (2) (ب+1)}$$

س١ أخطر الإجابة الصحيحة

$$(1) \quad (\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}) \dots\dots\dots = \sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$(2) \quad (\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}) \dots\dots\dots = \sqrt{2} + \sqrt{2}$$

(4)

$$(3) \quad (\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}) \dots\dots\dots = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$(4) \quad (\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2}) \dots\dots\dots = \sqrt{2} + \sqrt{2}$$

س٢ أكمل بأجابة صحيحة

$$(1) \quad \dots\dots\dots = \sqrt{2} \times \frac{1}{4}\sqrt{2}$$

$$(2) \quad \dots\dots\dots = \sqrt{2} \times \sqrt{2}$$

(5)

$$(3) \quad \dots\dots\dots = \sqrt{2} - \sqrt{2}$$

$$(4) \quad \dots\dots\dots = \sqrt{2} \quad \text{فإن } \sqrt{2} = \text{س} \quad 2 = \text{س} \quad \text{فإن } \sqrt{2} = \text{س}$$



الدرس التاسع تطبيقات على الأعداد الحقيقية

المكعب

بفرض أن طول ضلعه l فإن :

- ١) حجمه $= l^3$ وحدة مكعبة
 - ٢) مساحة الوجه الواحد $= l^2$ وحدة مربعة
 - ٣) مساحة الكلية $= 6l^2$ وحدة مربعة
 - ٤) مساحة جانبية $= 4l^2$ وحدة مربعة
- نذكر أن المكعب له ١٢ حرف

تمارين على المكعب

أوجد المساحة الكلية لمكعب حجمه ١٢٥ سم^٣

الحل

حجم المكعب $= l^3 = 125$ بإيجاد الجذر التكعيبي للطرفين

$$l = \sqrt[3]{125} = 5 \text{ سم}$$

المساحة الكلية للمكعب $= 6l^2 = 6 \times 5 \times 5 = 150$ سم^٢

(١)

أوجد طول حرف مكعب حجمه ٢ سم^٣

الحل

حجم المكعب $= l^3 = 2$

$$l^3 = 2 \Rightarrow l = \sqrt[3]{2}$$

$$l = \sqrt[3]{2} \text{ سم}$$

أوجد حجم مكعب مساحته الكلية ٢٩٤ سم^٢

الحل

المساحة الكلية للمكعب $= 6l^2 = 294$

$$l^2 = 294 \div 6 = 49$$

$$l = \sqrt{49} = 7$$

$$l = 7 \text{ سم}$$

حجم المكعب $= l^3 = 7^3 = 343$ سم^٣

(٢)

(٣)



متوازي المستطيلات

هو جسم يحتوى على ستة أوجه مستطيله وكل وجهين متقابلين منهما متطابقان وبفرض ان أطوال أحرفه س ، ص ، ع

فإن (١) حجمه = مساحة قاعدة \times الارتفاع

$$= س \times ص \times ع \text{ وحده مكعبة}$$

$$(٢) \text{ مساحة كلية} = ٢ (س ص + ص ع + ع س)$$

$$(٣) \text{ مساحة جانبية} = \text{محيط قاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

تمارين على متوازي المستطيلات

أوجد حجم متوازي مستطيلات أبعاده
 $٢\sqrt{١٠}$ سم , $٣\sqrt{١٠}$ سم , $٦\sqrt{١٠}$ سم

الحل

(١)

حجم متوازي المستطيلات

$$= \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع}$$

$$= ٢\sqrt{١٠} \times ٣\sqrt{١٠} \times ٦\sqrt{١٠} = ٦٠٠\sqrt{١٠} \text{ سم}^٣$$

(متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل
حجمه $٧٢٠ \text{ سم}^٣$ و ارتفاعه ٥ سم أوجد مساحته الكلية

الحل

حجم متوازي المستطيلات

$$= \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع} = ٧٢٠$$

$$\text{مساحة القاعدة} \times ٥ = ٧٢٠$$

$$\text{مساحة القاعدة} = ٧٢٠ \div ٥ = ١٤٤ \text{ سم}^٢$$

$$\text{مساحة القاعدة (مربع)} = ل^٢ = ١٤٤$$

(٢)

$$ل = \sqrt{١٤٤} = ١٢ \text{ سم}$$

المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات

$$= ٢ (س ص + ص ع + ع س)$$

$$= ٢ (٥ \times ١٢ + ٥ \times ١٢ + ١٢ \times ١٢)$$

$$= ٥٢٨ \text{ سم}^٢$$

نمارين على المكعب و متوازي المستطيلات (٩)

أكمل	(١) أكمل
<p>إذا كان طول حرف المكعب ٥ سم فإن حجمه = سم^٣ (١)</p> <p>(٩٥٠ ٢٥٠ ٢٥٠ ٢٥٠)</p>	<p>مكعب حجمه ١ سم^٣ فإن مجموع أطوال أحرفه = سم (١)</p> <p>(١ ٢٠ ٨٠ ٦٠ ١)</p>
<p>إذا كان مساحة الوجه الستة لمكعب ٥٤ سم^٢ فإن حجمه = سم^٣ (٢)</p> <p>(٢٧٠ ٧٢٠ ٤٤٠ ٥٤٠)</p>	<p>مكعب حجمه ٦٤ سم^٣ فإن مساحته الجانبية = سم^٢ (٢)</p> <p>(٩٦٠ ٦٤٠ ٨٤٠ ٩٦٠)</p>
<p>مكعب حجمه ٢ ٢٧ سم^٣ فإن طول حرفه = سم (٣)</p> <p>(١٠ ٥٠ ٨٠ ٢٠ ٢٧)</p>	<p>مكعب طول حرفه ٢ ل فإن حجمه = (٣)</p> <p>(١٩٠ ٢٨٠ ٢٨٠ ٢٨٠)</p>
<p>إذا كان حجم مكعب ٦٤ سم^٣ فإن طول قطر حرفيه = سم (٤)</p> <p>(٦٤٠ ٣٢٠ ٢٧٠ ٤٠ ٦٤)</p>	<p>مكعب حجمه ٢٧ سم^٣ فإن مساحته الكلية = سم^٢ (٤)</p> <p>(٢٧٠ ٢٨٠ ٢٨٠ ٢٨٠)</p>
<p>مكعب طول حرفه ٣ ل فإن حجمه = (٥)</p> <p>(١٩٠ ٢٧٠ ٢٨٠ ٢٨٠)</p>	<p>مكعب طول حرفه ٤ سم فإن مساحته الكلية = سم^٢ (٥)</p> <p>(٦٤٠ ٣٥٠ ٩٦٠ ٦٩٠)</p>



أسئلة مقالية

مكعب طول حرفه = ٢ أوجد

- (١)
- ١- حجمه
 - ٢- المساحة الجانبية
 - ٣- مساحة الوجه الواحد
 - ٤- المساحة الكلية
 - ٥- مجموع أطوال احرفه

مكعب حجمه = ٢٥ سم^٣ أوجد

- (٢)
- ١- المساحة الكلية
 - ٢- المساحة الجانبية

مكعب مساحة الوجه الواحد = ٤٩ سم^٢ أوجد

- (٣)
- ١- طول حرف المكعب
 - ٢- المساحة الجانبية
 - ٣- المساحة الكلية
 - ٤- حجم
 - ٥- مجموع أطوال احرفه

مكعب حجمه = ٦٤ سم^٣ أوجد

- (٤)
- ١- طول حرف المكعب
 - ٢- مساحة الوجه الواحد
 - ٣- المساحة الجانبية
 - ٤- المساحة الكلية
 - ٥- مجموع أطوال احرفه

مكعب مساحته الكلية ٢٤ سم^٢ أوجد

- (٥)
- ١- طول حرفه
 - ٢- حجمه
 - ٣- مساحة كل وجه

مكعب حجمه ١٢٥ سم^٣ أوجد

- (٦)
- ١- المساحة الجانبية
 - ٢- المساحة الكلية

مكعب مجموع أطوال احرفه ٦٠ سم أوجد

- (٧)
- ١- حجمه
 - ٢- المساحة الكلية

مكعب مساحته الجانبية ٣٦ سم^٢ أوجد

- (٨)
- المساحة الكلية
 - ٢- حجمه

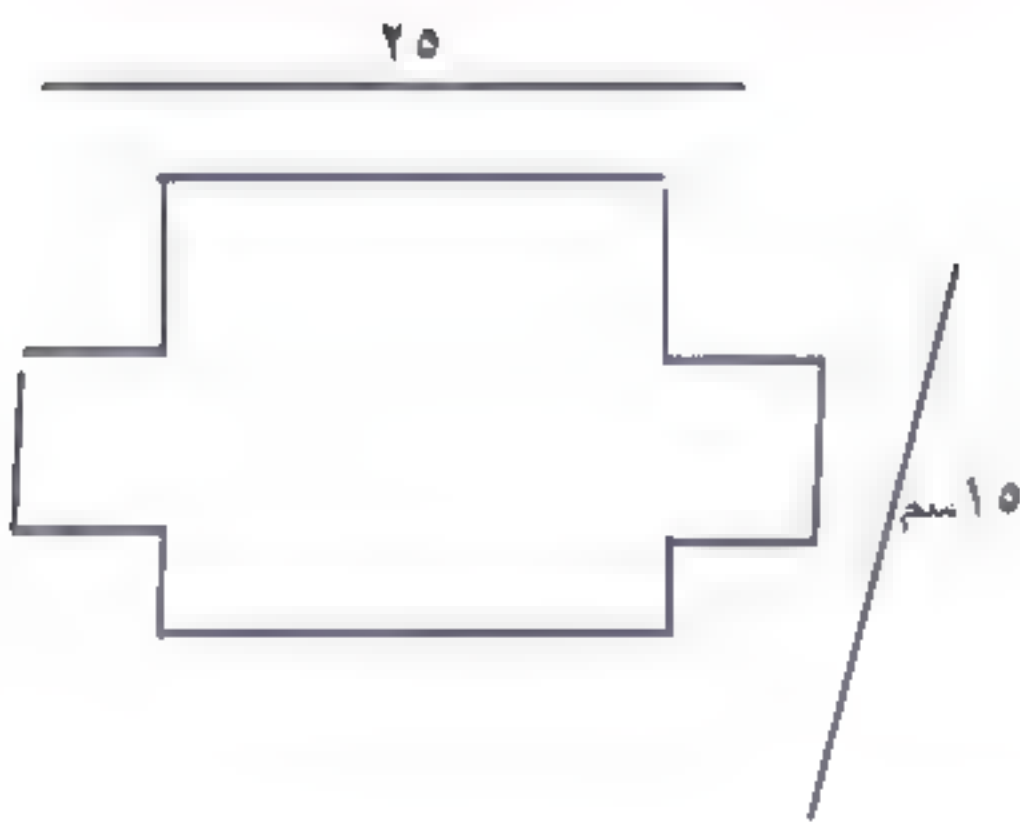
مكعب محيط أحد اوجهه ١٢ سم أوجد

- (٩)
- ١- حجمه
 - ٢- المساحة الجانبية
 - ٣- مجموع أطوال احرفه



أسئلة مقالية

- (١) متوازي مستطيلات أبعاده ٣ سم ، ٤ سم ، ٥ سم أحسب
١- حجمه ٢- مساحة كتيه ٣- مساحة جانبية
- (٢) متوازي مستطيلات ارتفاعه ٤ سم وقاعدته مربعة الشكل ، طول ضلعها ٥ سم
أوجد
١- حجمه ٢- مساحة كتيه ٣- مساحة جانبية
- (٣) متوازي مستطيلات أبعاده ٢ سم ، ٣ سم ، ٦ سم أوجد حجمه
- (٤) متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل أبعاده فإذا كان حجمه ٧٢٠ سم^٣
وارتفاعه ٥ سم أوجد مساحته الكلية
- (٥) أيهما أكبر حجما
مكعب مساحته الكلية ٢٩٤ سم^٢ أم
متوازي مستطيلات أبعاده ٧ ٢/٢ ، ٥ ٢/٢ ، ٥ سم
- في الشكل المقابل
قطعه من الورق المقوى مستطيله الشكل
بعدها ٢٥ سم ، ١٥ سم قطع من كل ركن من
أركانها الأربعة طول ضلعه ٤ سم ثم طويئت
الأجزاء البارزة لتكون حوضا على شكل
متوازي مستطيلات أوجد
حجمه و مساحته الكلية





تطبيقات على الأعداد الحقيقية

الدرس التاسع

الدائرة

إذا كانت r دائرة طول نصف قطرها r فإن

$$١) \text{ محيط دائرة } = ٢\pi r$$

$$٢) \text{ مساحة دائرة } = \pi r^2$$

تمارين على الدائرة

دائرة مساحتها $٣٨,٥$ سم^٢ أوجد محيطها $\frac{٢٢}{٧}$

الحل

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi r^2 = ٣٨,٥$$

$$\frac{٢٢}{٧} \times r^2 = ٣٨,٥ \text{ بضرب الطرفين في } \frac{٧}{٢٢}$$

$$\frac{٧}{٢٢} \times \frac{٢٢}{٧} \times r^2 = \frac{٧}{٢٢} \times ٣٨,٥ \quad (١)$$

$$r^2 = ١٢,٢٥ \text{ بإيجاد الجذر التربيعي للطرفين}$$

$$r = \sqrt{١٢,٢٥} = ٣,٥ \text{ سم}$$

$$\text{محيط الدائرة} = ٢\pi r = ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٣,٥ = ٢٢ \text{ سم}$$



الكرة

$$\text{حجم الكرة} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{مساحة الكرة} = 4 \pi r^2$$

لما ريس على الكرة

أوجد الحجم و مساحة سطح لكرة طول قطرها ٢, ٤ سم

الحل

$$r = 2, 4 \div 2 = 1, 2 \text{ سم}$$

$$\text{حجم الكرة} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi \times 1^3 = \frac{4}{3} \pi \times 1 \times 1 \times 1 = 4, 188 \text{ سم}^3$$

(١)

$$\text{مساحة سطح الكرة} = 4 \pi r^2 = 4 \pi \times 1^2 = 4 \pi \times 1 \times 1 = 12, 56 \text{ سم}^2$$

كرة حجمها ٥٦٢, ٥ سم^٣ أوجد مساحة سطحها بدلالة π

الحل

$$\text{حجم الكرة} = \frac{4}{3} \pi r^3 = 562, 5 \text{ سم}^3 \text{ بقسمة الطرفين على } \pi$$

$$\frac{4}{3} r^3 = 562, 5 \text{ بضرب الطرفين في } \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} r^3 = \frac{3}{4} \times 562, 5$$

$$r^3 = 421, 875 \text{ بإيجاد الجذر التكعيبي للطرفين}$$

$$r = \sqrt[3]{421, 875} = 7, 5 \text{ سم}$$

$$\text{مساحة سطح الكرة} = 4 \pi r^2 = 4 \pi \times 7, 5^2 = 4 \pi \times 56, 25 = 225 \pi \text{ سم}^2$$

$$\text{أوجد طول نصف قطر كرة حجمها } \frac{9}{4} \pi \text{ سم}^3$$

الحل

$$\text{حجم الكرة} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{9}{4} \pi \text{ بقسمة الطرفين على } \pi$$

$$\frac{4}{3} r^3 = \frac{9}{4} \text{ بضرب الطرفين في } \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} r^3 = \frac{3}{4} \times \frac{9}{4}$$

$$r^3 = \frac{27}{8} \text{ بإيجاد الجذر التكعيبي للطرفين}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2} \text{ سم}$$



نمارين على الدائرة و الأسطوانة الدائرية القائمة و الكرة (٩)

أسئلة مقالة على الدائرة

- (١) دائرة مساحتها 25π سم^٢ أحسب محيطها بدلالة π
- (٢) دائرة محيطها ٨٨ سم أوجد مساحته إذا كان $\frac{22}{7} = \pi$
- (٣) دائرة مساحتها ١٥٤ سم^٢ أوجد محيطها وطول قطرها
- (٤) دائرة طول نصف قطرها ٥,٥ سم أوجد كلا من محيطها ومساحتها $= \pi$
- (٥) دائرة مساحتها 16π سم^٢ أوجد طول نصف قطرها ثم أوجد محيطها
- لاقرب عدد صحيح $3,14 = \pi$
- (٦) دائرة مساحتها 116π سم^٢ أوجد محيطها وطول قطرها

في الشكل المقابل



- (٧) \overline{AB} قطر نصف دائرة فاذا كانت مساحة هذه منطقة $2,32\pi$ سم^٢ أوجد محيط الشكل
- (٨) مكعب مساحته الجانبية 36π سم^٢ أوجد المساحة الكلية
- ٢- حجمه

في الشكل المقابل



- (٩) دائرتان متحدتان المركز في ج طول نصف قطريهما ٢ سم ، ٥ سم أوجد مساحة الجزء المظلل بدلالة π



أسئلة مقالية على الأسطوانة الدائرية القائمة

- (١) أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم ، وحجمها ١٥٤٠ سم^٣
أوجد مساحته الكلية حيث $\frac{22}{7} = \pi$
- (٢) أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٩٠ π ، وارتفاعها ١٠ سم
أوجد طول قطر قاعدتها
- (٣) أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ١٤ سم وارتفاعها ٢٠ سم
أوجد حجمها ومساحتها الكلية حيث $\frac{22}{7} = \pi$
- (٤) أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٩٢٤ سم^٣ ، وارتفاعها ٦ سم
أوجد مساحته الجانبية حيث $\frac{22}{7} = \pi$
- (٥) أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٧٥٣٦ سم^٣ ، ثم ارتفاعها ٢٤ سم
أوجد مساحته الكلية $3,14 = \pi$
- (٦) أيهما أكبر حجما أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ٧ سم
وارتفاعها ١٠ سم أم مكعب طول حرفه ١١ سم علما بأن $\frac{22}{7} = \pi$
- إذا كان ارتفاع اسطوانة دائرية قائمة يساوى طول نصف قطرها
- (٧) أوجد ارتفاع الاسطوانة علما بأن حجمها 72π
- (٨) أوجد حجم أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها $4\sqrt{2}$ سم
وارتفاعها ٩ سم بدلالة π
- (٩) اسطوانة طول نصف قطر قاعدتها هو ٤ سم وارتفاعها ٩ سم
أوجد حجم الاسطوانة بدلالة π
- (١٠) إذا كان ارتفاع اسطوانة دائرية قائمة يساوى طول نصف قطر قاعدتها
أوجد ارتفاع الاسطوانة علما بأن حجمها 27π سم^٣
- (١١) اسطوانة دائرية قائمة حجمها 72π سم^٣ وارتفاعها ٨ سم
أوجد مساحة الجانبية بدلالة π



أسئلة مقالية على الكرة

- (١) كرة حجمها $\frac{8}{3}\pi$ سم^٣ أوجد طول قطرها
- (٢) كرة مساحتها 36π سم^٢ أوجد حجمها بدلالة π
- (٣) كرة حجمها ٤١٨٨ سم^٣ أوجد طول نصف قطرها حيث $\pi = 3,14$
- (٤) كرة حجمها $562,5\pi$ أوجد مساحة سطحها بدلالة π
- (٥) حجم الكرة التي طول قطرها ٩ سم = سم^٣
- (٦) إذا كان حجم الكرة $\frac{9}{16}\pi$ أوجد طول نصف قطرها
- (٧) كرة حجمها $\frac{4}{3}\pi$ أوجد طول قطرها
- (٨) متوازي مستطيلات مصنوع من الرصاص أطول احرفه ٧٧ سم ، ٢٤ سم ، ٢١ سم شكلت منه مادة لتكوين كرة أوجد طول نصف قطرها
- (٩) كرة حجمها 36π سم^٣ وضعت داخل مكعب ضمته أوجه المكعب السنه
أوجد ١- طول نصف قطر الكرة ٢- حجم مكعب
- (١٠) كرة من المعدن نصف قطرها ٣ سم ظهرت ونحولت إلى اسطوانة طول نصف قاعدتها ٣ سم أحسب ارتفاع الاسطوانة
- (١١) كرة حجمها $\frac{22}{3}\pi$ سم^٣ أوجد طول نصف قطر الكرة



حل المعادلات و المتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد في ح

الدرس العاشر

أوجد مجموعه حل كل من المعادلات و المتباينات الآتية في ح، و بين الحل على خط الأعداد.

$$\text{س } 2 - 2 = 6 \quad \text{بإضافة } 2 \text{ للطرفين}$$

الحل

$$\text{س } 2 - 2 = 2 + 2 - 2$$

$$\text{س } 8 = 2 \quad \text{بإيجاد الجذر التكعيبي للطرفين}$$

$$\text{س } 2 = \sqrt[3]{8} \quad \text{م. ح في ح} = \{2\}$$



(1)

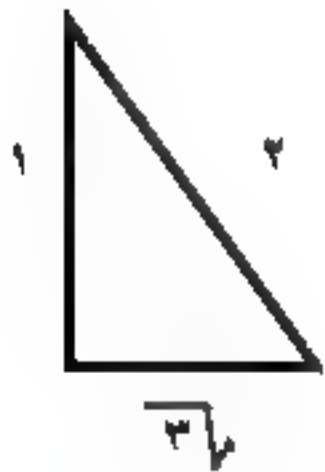
$$\text{س } 1 + \sqrt{3} = 1 \quad \text{بإضافة } 1 \text{ للطرفين}$$

الحل

$$\text{س } 1 - \sqrt{3} = 1 - 1 + \sqrt{3}$$

$$\text{س } 1 - \sqrt{3} = 0$$

$$\text{م. ح في ح} = \{1 - \sqrt{3}\}$$



$$\text{طول الوتر} = \frac{1+3}{2} = 2$$

$$\text{طول ضلع القائمة} = \frac{1-3}{2} = 1$$



(2)

س - ١ ≥ ٥ حيث س ≥ ٥

الحل

س - ١ ≥ ٥ بإضافة ١ للطرفين

س - ١ $\geq ١ + ١ + ٥$

س ≥ ٦
م.ح فى ح = $[-٦, \infty)$

(٣)



٢س + ٣ > ٧ حيث س ≥ ٥

الحل

٢س + ٣ > ٧ بإضافة -٣ للطرفين

٢س + ٣ - ٣ > ٧ - ٣

٢س > ٤

$\frac{٢س}{٢} > \frac{٤}{٢}$

س > ٢

م.ح فى ح = $(٢, \infty)$

(٤)



٧ - ٥س ≥ ٢ حيث س ≥ ٥

الحل

٧ - ٥س ≥ ٢ بإضافة -٧ للطرفين

٧ - ٥س $\geq ٢ - ٧$

٥س ≥ ٥ بقسمة الطرفين على -٥

$\frac{٥س}{-٥} \leq \frac{٥}{-٥}$

س ≤ ١

س = $[-١, \infty)$

(٥)





نمارين على حل المعادلات و المتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد في (١٠)

أوجد في مجموعة الحل من المعادلات الآتية ومثل الحل على خط الاعداد

(١)	$٣ = ٤ + س$	(١)	$٠ = ٥ + س$
(٢)	$٣٧ = ١ - س$	(٢)	$ ٢ - = ١ - س$
(٣)	$٧ = ٣ - س$	(٣)	$١ = ٦ + س$
(٤)	$ ٨ - = س - ٢$	(٤)	$٤ = ١ - س$

أوجد في مجموعة حل كل من المتباينات الآتية ومثل الحل على خط الاعداد

(١)	$٢ - س < ١$	(١)	$٢ س < ٦$
(٢)	$٦ > ٥ - س$	(٢)	$٣ \leq ٥ + س$
(٣)	$٢ + س \geq ١ + ٤ س$	(٣)	$١٤ - \leq ٧ - س$
(٤)	$٧ \geq ٢ - س$	(٤)	$٣ < ٥ - س$

أوجد في مجموعة حل كل من المتباينات الآتية

(١)	$س - ٣ \geq ١ - س$	(١)	$٦ \geq ٢ + س > ٣$
(٢)	$٩ > ١ + س \geq ٨ - ٢$	(٢)	$٥ > ١ - س > ٣ - $
(٣)	$٣ - س \leq ٢ - س$	(٣)	$٩ > ٣ + س > ٥ -$
(٤)	$٢ \geq ٣ - س > ٥$	(٤)	$٤ > \frac{٦ + س - ٢}{٣} \geq ٠$
(٥)	$٣ + س \geq ٢ + ٥ س \geq ٤ س$	(٥)	$٣ > س - \geq ٣ -$
(٦)	$٤ \geq ١ + ٣ س \geq ٨ -$	(٦)	$٨ - س \leq ٢ - ٧ س$
(٧)	$\frac{٣ + س}{٢} > ١ + س > \frac{٤ - س}{٦}$	(٧)	$٣ \geq س - ٥ > ١$



اکمل ما یائی

(۱)

(۱) اذا كان $s - 7 \leq 0$ فإن s (۱)(۲) $-2s > 14$ فإن s (۲)(۳) اذا كان $1 - s < 4$ فإن s (۳)(۴) اذا كان $5 - s \geq 4$ فإن s (۴)(۵) $3s \leq 3$ فإن s (۵)

مجموعة حل المتباينة

(۶) $4 > 2s \geq 8$ في h (۶)

مجموعة حل المتباينة

(۷) $4 - s > 5$ في h (۷)

مجموعة حل المتباينة

(۷) $2 - s > 5$ في h (۷)(۸) اذا كان $2 > s > 5$ حيث $s \in \mathbb{Z}$ فإن $2s \in \mathbb{Z}$ (۸)(۸) اذا كان $3 > s > 3$ حيث $s \in \mathbb{Z}$ فإن $2s \in \mathbb{Z}$ (۸)(۹) مجموعة حل المتباينة $3 > 3 - s$ في h (۹)(۹) مجموعة حل المتباينة $3 > 3 + s$ في h (۹)

مجموعة حل المتباينة

(۱۰) $2 < s < 5$ في h (۱۰)

مجموعة حل المتباينة

(۱۰) $1 < s < 5$ في h (۱۰)



العلاقة بين متغيرين

الدرس الأول

P س + ب = ص حيث $P \neq$ صفر , ب \neq صفر تسمى علاقة خطية بين المتغيرين س , ص

أمثلة

إذا كان الزوج المرتب (٢ , ٦) يحقق العلاقة
ص = ب س احسب قيمة ب

الحل

(١)

$$\begin{aligned} \therefore \text{ص} &= \text{ب س} \\ \therefore 6 &= \text{ب} \times 2 \quad \text{بقسمة الطرفين على 2} \\ \frac{6}{2} &= \frac{\text{ب}}{2} \\ \therefore \text{ب} &= 3 \end{aligned}$$

إذا كان الزوج المرتب (١ , ٢) يحقق العلاقة
ص = س + ب احسب قيمة P

الحل

(٢)

$$\begin{aligned} \therefore \text{ص} &= \text{س} + \text{ب} \\ \therefore 2 &= 1 + \text{ب} \\ \therefore 1 - 2 &= \text{ب} \\ \therefore \text{ب} &= -1 \end{aligned}$$

إذا كان الزوج المرتب (٣ , - ٤) يحقق العلاقة
ص + ٢ س = ب احسب قيمة ب

الحل

(٣)

$$\begin{aligned} \therefore \text{ص} + 2 \text{س} &= \text{ب} \\ \therefore -4 + 3 \times 2 &= \text{ب} \\ \therefore -4 + 6 &= \text{ب} \\ \therefore \text{ب} &= 2 \end{aligned}$$

إذا كان الزوج المرتب (ج , ٤) يحقق العلاقة
٣ س - ٢ ص = ١٠ احسب قيمة ج

الحل

(٤)

$$\begin{aligned} \therefore 3 \text{س} - 2 \text{ص} &= 10 \\ \therefore 3 \times \text{ج} - 2 \times 4 &= 10 \\ \therefore 3 \text{ج} - 8 &= 10 \\ \therefore 3 \text{ج} &= 10 + 8 \\ \therefore 3 \text{ج} &= 18 \quad \div 3 \\ \therefore \text{ج} &= 6 \end{aligned}$$

أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق العلاقة
ص = س + ٢ و مثلها بيانياً

الحل

بفرض س = ٠

$$ص = ٢ + (٠) = ٢$$

$$(٢, ٠)$$

بفرض س = ١

$$ص = ٢ + (١) = ٣$$

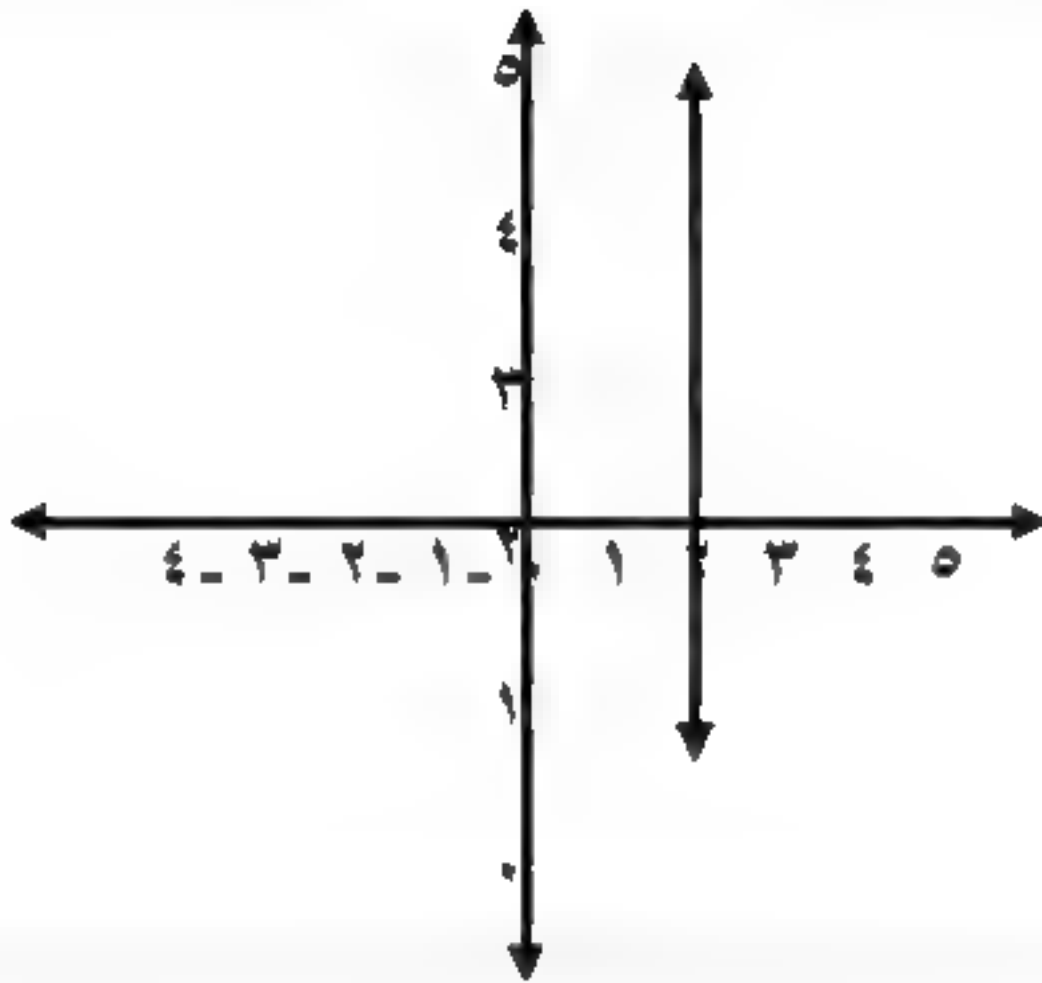
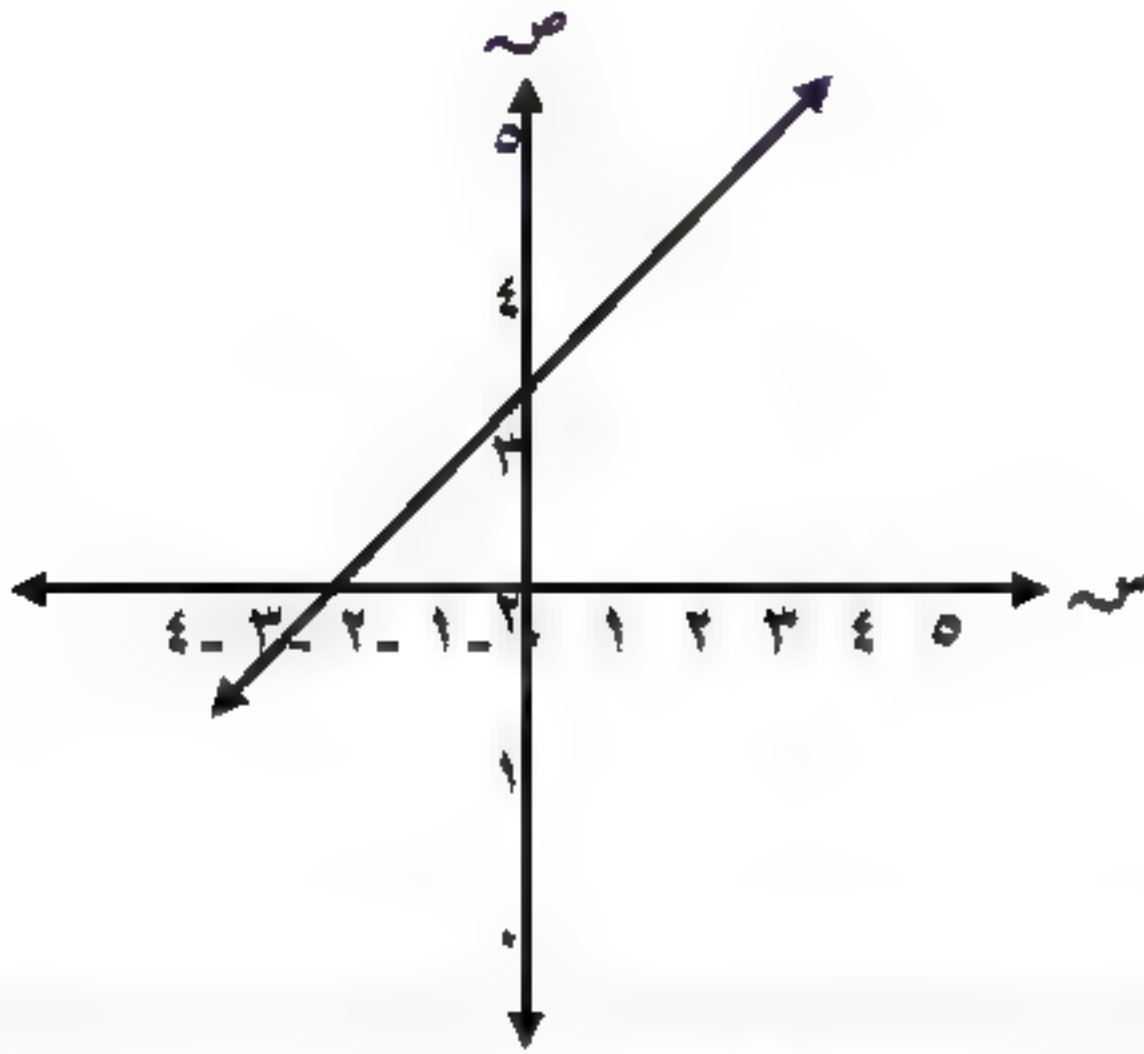
$$(٣, ١)$$

بفرض س = ٢

$$ص = ٢ + (٢) = ٤$$

$$(٤, ٢)$$

مثل بيانياً س = ٢



أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق العلاقة
ص = ٢ + س و مثلها بيانياً

الحل

$$ص = ٢ + س$$

$$ص - ٢ = س$$

بفرض ص = ٠

$$٠ = ٢ - س \Rightarrow س = ٢$$

$$(٢, ٠)$$

بفرض ص = ١

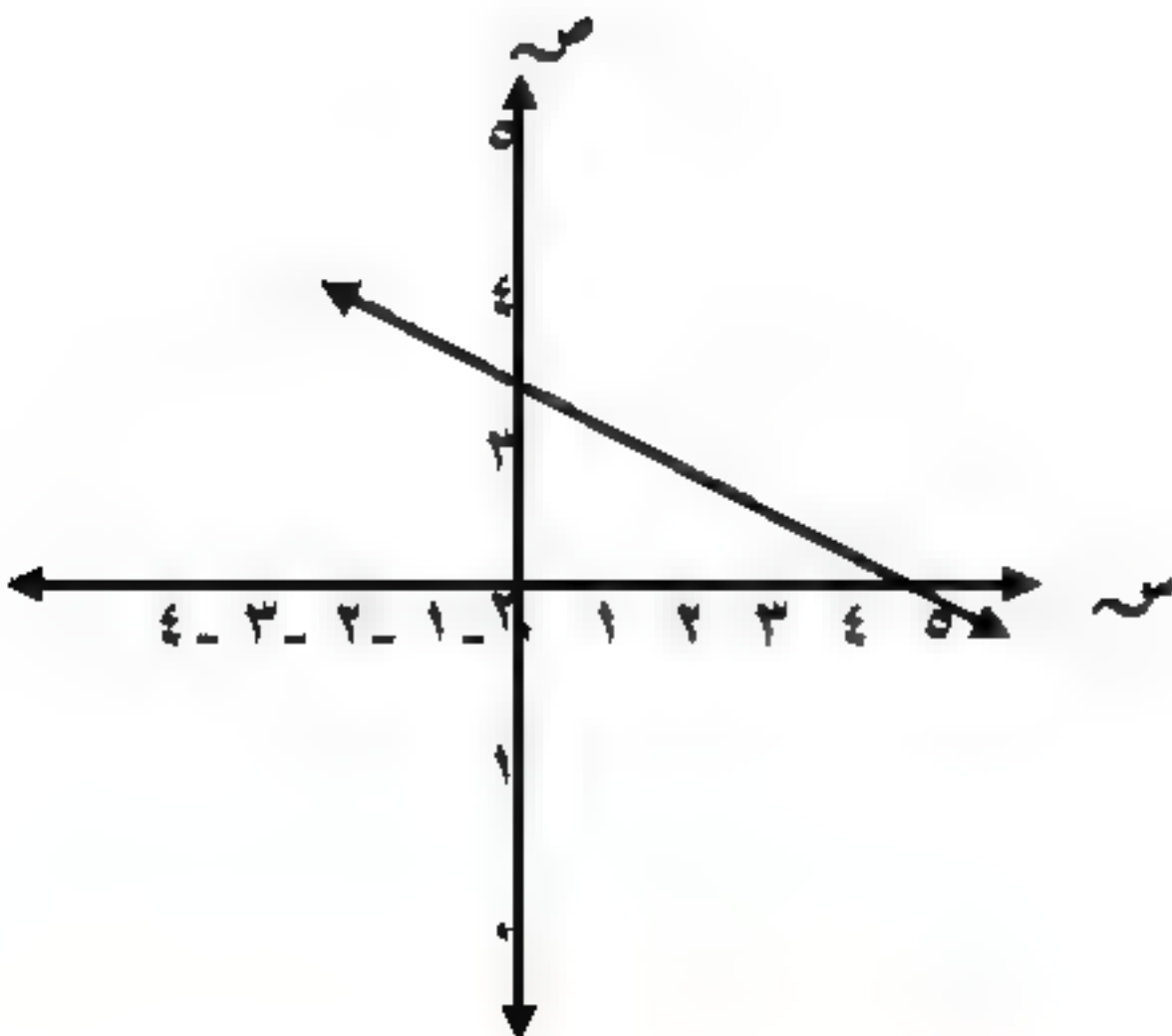
$$١ = ٢ - س \Rightarrow س = ١$$

$$(١, ١)$$

بفرض ص = ٢

$$٢ = ٢ - س \Rightarrow س = ٠$$

$$(٠, ٢)$$





أوجد نقط تقاطع المستقيم الممثل للمعادلة
 $3س + 2ص = 12$ مع محوري الإحداثيات

الحل

أولاً

المستقيم يقطع محور السينات عند $ص = 0$

$$3س + 2ص = 12$$

$$3س + 2(0) = 12$$

$$3س = 12$$

$$س = 4$$

نقطة التقاطع مع محور السينات (4 ، 0)

(أ)

ثانياً

المستقيم يقطع محور الصادات عند $س = 0$

$$3س + 2ص = 12$$

$$3(0) + 2ص = 12$$

$$2ص = 12$$

$$ص = 6$$

نقطة التقاطع مع محور الصادات (0 ، 6)



تمارين على العلاقة بين متغيرين (١١)

أوجد (٣) أزواج مرتبة تحقق كلا من العلاقات الآتية

(١)	$٥ = ٣س + س$	(١)	$٥ = س + \frac{١}{٢}س$
(٢)	$٢ = ٣س + س$	(٢)	$٢ = س - س$
(٣)	$٦ = ٣س - ٢س$	(٣)	$٢ = س$
(٤)	$٥ = ٢س - س$	(٤)	$١ = ٢س - س$
(٥)	$٦ = ٣س$	(٥)	$٥ = ٢س$

مثل بيانيا كلا من العلاقات الآتية

(١)	$٥ = س + س$	(١)	$٤ = س + ٢س$
(٢)	$س - ٢س = ٥$	(٢)	$٥ = ٢س$
(٣)	$٢ = س - س$	(٣)	$١ = س - ٣س$
(٤)	$٠ = ١ + ٢س - س$	(٤)	$٠ = ١ + س$

أختر الإجابة الصحيحة

(١)	إذا كان (٢، ٥) يحقق العلاقة $٣س - س + ١ = ١$ أوجد قيمة ١ (١٥، ٢٥، ١٧، ٢٧)	(١)	أى الأزواج المرتبة التالية يحقق العلاقة $٥ = ٢س + س$ ((٢، ٢)، (١، ٣)، (٣، ١)، (٣، ١))
(٢)	إذا كان (١، ٥) يحقق العلاقة $٣س + س = ٧$ فإن ٧ = (١٠، ١٢، ٢٠، ٢٢)	(٢)	العلاقة $٢٤ = ٣س + ٨س$ يمثلها مستقيم يقطع محور صادات فى النقطة ((٠، ٣)، (٣، ٠)، (٠، ٨)، (٨، ٠))



(١)

إذا كانت $s - s^2 = 1$
أوجد ١- s عندما $s = 3$
٢- s عندما $s = -5$
٣- s عندما $s = 1$
٤- s عندما $s = -1$

(٢)

مثل بيانيا المستقيم الذي يمثل العلاقة $s^2 + s = 6$ إذا كان هذا
المستقيم يقطع محور السينات في النقطة أ ويقطع محور الصادات في
النقطة ب

أوجد مساحة المثلث وأ ب حيث نقطة وهي نقطة الأصل

(٣)

إذا كان (٦، ٣) يحقق العلاقة $s = 6s$ أوجد قيمة لـ

(٤)

إذا كان (١، ٢) يحقق العلاقة $s = 2s$ أوجد قيمة م

(٥)

(١، ٣) يحقق العلاقة $s - s^3 = 1$ أوجد قيمة أ

(٦)

إذا كان (٣، ٤) يحقق العلاقة $s + s = 6$ أوجد قيمة لـ

(٧)

إذا كان (٤، ٢) يحقق العلاقة $s + s = 5$ أوجد قيمة لـ

(٨)

إذا كان (١، ٣) يحقق العلاقة $s - s^2 = 4$ أوجد قيمة أ

(٩)

إذا كان (٢، ٣) يحقق العلاقة $s^3 + s = 6$ أوجد قيمة أ

(١٠)

إذا كان (٣، ٢) يحقق العلاقة $s^2 + s = 6$ أوجد قيمة ب

(١١)

إذا كان المستقيم الممثل للعلاقة $s^2 - s = 1$ يقطع محور السينات في
النقطة (٣، ب) أوجد قيمة كلا من أ، ب



ميل الخط المستقيم

الدرس الثاني

$$\text{ميل} = \frac{\text{التغير في الاحداثى الصادى}}{\text{التغير في الاحداثى السينى}} = \frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}} = \frac{\text{فرق صادات}}{\text{فرق سينات}}$$

ملاحظات هامة

(١) ميل محور السينات يساوى صفر

(٢) ميل أى مستقيم أفقى يوازى السينات يساوى صفر

(٣) ميل محور الصادات غير معرف

(٤) ميل أى مستقيم رأسى يوازى الصادات غير معرف

(٥) إذا كان المستقيم يصنع زاوية حادة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فإن الميل كمية موجبة

(٦) إذا كان المستقيم يصنع زاوية منفرجة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فإن الميل كمية سالبة

أمثلة

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين $(-٤, ١)$, $(٣, ٥)$

$$\text{الميل} = \frac{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١}{\text{س}_٢ - \text{س}_١} = \frac{٥ - ١}{٣ - (-٤)} = \frac{٤}{٧} \quad \text{الحل}$$

أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين $(٢, ١)$, $(٣, ٤)$

$$\text{الميل} = \frac{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١}{\text{س}_٢ - \text{س}_١} = \frac{٤ - ١}{٣ - ٢} = ٣ \quad \text{الحل}$$

اثبت أن النقاط م (١ ، ١) ، ب (٣ ، ٢) ، ج (٥ ، ٣) تقع على استقامة واحدة

الحل

$$\text{ميل م ب} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٢ - ١}{٣ - ١} = \frac{١}{٢}$$

$$\text{ميل ب ج} = \frac{ص_٣ - ص_٢}{س_٣ - س_٢} = \frac{٣ - ٢}{٥ - ٣} = \frac{١}{٢}$$

(٣)

∴ ميل م ب = ميل ب ج

∴ م ، ب ، ج تقع على استقامة واحدة

إذا كان المستقيم المار بالنقطتين س (٥ ، م) ، ص (٣ ، ٢) ميله $\frac{٧}{٢}$ أوجد قيمة م

الحل

$$\frac{٧}{٢} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٢ - م}{٣ - ٥}$$

(٤)

$$٢ - م = ١٤ - ٢$$

$$٢ - م = ١٤ - ٢$$

$$٢ - م = ١٨ - ٢$$

$$٩ = م$$

إذا كان المستقيم المار بالنقطتين

س (٣ ، ٧) ، ص (٥ ، ك) يوازي محور السينات احسب قيمة ك

الحل

∴ المستقيم يوازي محور السينات

∴ الميل = صفر

(٥)

$$\frac{٠}{٢} = \frac{٧ - ك}{٣ - ٥} = \frac{٧ - ك}{٢}$$

$$٧ = ك$$

$$٧ - ك = صفر$$



إذا كان المستقيم المار بالنقطتين

س (٥ ، ١) ، ص (٩ ، ٥) يوازى محور الصادات احسب قيمة ك

الحل

∴ المستقيم يوازى محور الصادات

∴ الميل غير معرف

$$\frac{٨}{٥} = \frac{٨}{٥ - ك} = \frac{١ - ٩}{٥ - ك} = \frac{ص - ١}{س - ١} = \text{الميل}$$

(٦)

$$ك - ٥ = \text{صفر} \quad ك = ٥$$

إذا كانت النقاط م (١ ، ٥) ، ب (١ - ، ٥) ، ج (٢ - ، ٣) تقع على استقامة واحدة احسب قيمة ك

الحل

$$\frac{٨ -}{٣} = \frac{٥ - ٣ -}{(١ -) - ٢} = \frac{ص - ١}{س - ١} = \text{ميل ب ج}$$

$$\frac{ك - ٥}{٢ -} = \frac{٥ - ١ -}{١ - ١ -} = \frac{ص - ١}{س - ١} = \text{ميل م ب}$$

∴ م ، ب ، ج تقع على استقامة واحدة

$$\therefore \text{ميل م ب} = \text{ميل ب ج}$$

(٧)

$$\frac{٨ -}{٣} = \frac{ك - ٥}{٢ -}$$

$$١٥ - ٣ = ك = ١٦ \quad \text{بإضافة } ١٥ \text{ للطرفين}$$

$$١٥ - ١٦ = ١٥ - ٣ - ك$$

$$١ = ٣ - ك \quad \text{بالقسمة على } ٣ -$$

$$\frac{١ -}{٣} = ك$$



نمارین علی میل الخط المستقیم (۱۲)

اکمل

(۱) میل اُی مستقیم یوازی علی محور سیناٹ =	(۱) میل اُی مستقیم رأسی
(۲) میل اُی مستقیم عمودی علی محور صادٹ =	(۲) المستقیم الذی میله = صفر یگون موازیاً لمحور
(۳) میل اُی مستقیم افقی =	(۳) المستقیم الذی میله غیر معرف یگون موازیاً لمحور
(۴) میل اُی مستقیم یوازی محور صادٹ =	(۴) المستقیم الذی میله عمودی علی محور صادٹ
(۵) میل اُی مستقیم عمودی علی محور سیناٹ =	(۵) المستقیم الذی میله عمودی علی محور سیناٹ

أوجد ميل الخط المستقیم المار بالنقطتی

(۱) ۲ (۳،۱) ب (۴،۳)	(۱) ۱ (۳،-۱) ب (۱،۲)
(۲) ۲ (۶،۵) ب (۸،۳)	(۲) ۲ (۲،-۴) ب (۷،-۱)
(۳) ۲ (۲،۱) ب (۰،۵)	(۳) ۱ (۹،-۶) ب (۱،-۱)
(۴) ۱ (۱،۳) ب (۶،۳)	(۴) ۱ (۳،-۲) ب (۳،۲)

فی کل مما یأنی أثبت أن ب ج تقع علی استقامة واحدة	
(۱) ۱ (۱،۱) ب (۲،۲) ج (۳،-۳)	
۲ (۳،-۴) ب (۷،-۶) ج (۴،-۵)	
۱ (۲،-۱) ب (۴،۲) ج (۴،-۶)	



في كل مما يأتي أثبت أن أبج لا تقع على استقامة واحدة

- (٢) (١) ٢ (١، ٢) ب (٠، ٣) ج (١ - ٤، ٥)
 (٢) (٢) ٢ (٢، ١ -) ب (١، ٣) ج (٢، ٧)
 (٣) (٣) ٢ (٣ - ٤، ٥) ب (٢، ٢) ج (٣ - ٤، ٣ -)

(٣) إذا كان ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٣، ١)، (٤، ٣) $= ٣$ أوجد قيمة ل

(٤) إذا كان ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (١، ٤)، (٣ - ٤، ٣ -) $= ٢$ أوجد قيمة ل

(٥) إذا كان ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين ٢ (٤، ١ -) ب (٢، ٤) وكان ميل $\overline{AB} = ٢ -$ أوجد قيمة س

(٦) إذا كان المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٢ - ٤، ٢ -) ص (٣ - ٤، ١ -) ميله $= ٦ -$ ، أوجد قيمة ص

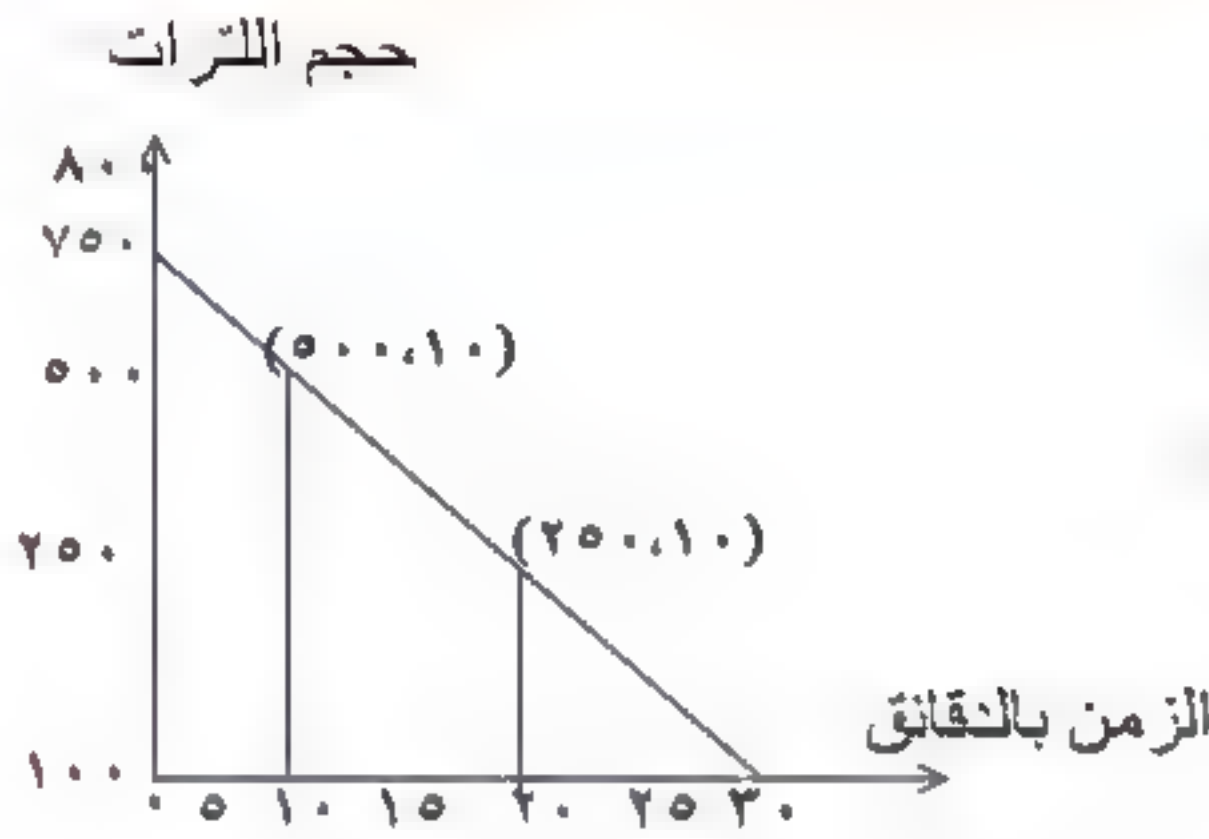
(٧) أوجد قيمة ك بحيث يكون المستقيم المار بالنقطتين (٤، ٣)، (٢، ٤) موازيا لمحور سينات

(٨) أوجد قيمة ص بحيث يكون المستقيم المار بالنقطتين (٦، ٣)، (٢ - ٤، ٣ -) عموديا على محور صادات

(٩) أوجد قيمة س بحيث يكون المستقيم المار بالنقطتين (٣، ٢ - ٤)، (٦، ٧) موازيا لمحور صادات

نطبيقات على ميل الخط المستقيم

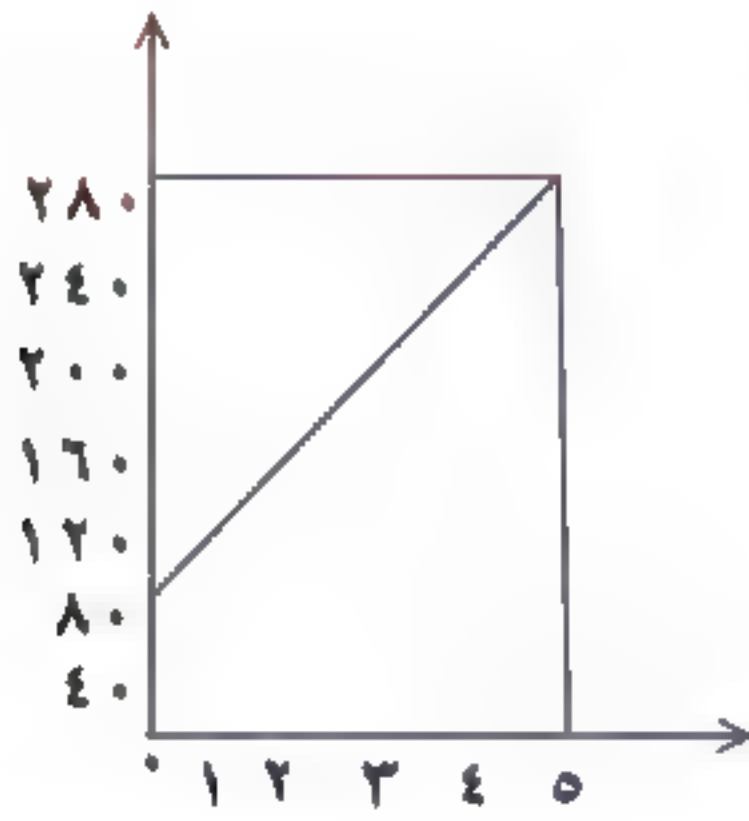
الدرس الثالث



خزان مياه مملوء بأسفله صنوبر مفتوح
والشكل المقابل يمثل العلاقة بين الزمن (ن)
بالدقائق وكمية المياه المتبقية فى الخزان
(ج) بالترات

- (١) ماهى أكبر سعة للخزان ؟
- (٢) ماهو الزمن اللازم ليفرغ الخزان
- (٣) كم ينبقى فى الخزان بعد ٢٠ دقيقة ؟
- (٤) ماهو متوسط تفريغ الخزان ؟

(١)



الشكل المقابل يمثل حركة سيارة

- (١) عين السرعة المنتظمة للسيارة
- (٢) احسب المسافة المقطوعة بعد مرور
ساعتين من بدء الحركة

(٢)



الشكل المقابل يمثل حركة دراجة أوجد

- (١) أوجد السرعة المنتظمة للدراجة خلال
الثلاث ساعات الأولى
- (٢) أوجد السرعة المنتظمة للدراجة خلال
الثلاث ساعات الأولى
- (٣) هل عادت الدراجة الى نقطة البداية

(٣)



جمع البيانات و تنظيمها

الدرس الأول

فيما يلي بيان بالدرجات التي حصل عليها ٣٠ طالبا في أحد الاختبارات و كانت الدرجة النهائية من ٢٠ درجة

١٦	١٧	٨	٩	٨	١٤
٧	٢	١٢	١٥	٨	١٣
١٠	١٢	١٥	١٩	١١	١٣
٤	١٩	١٦	٥	٧	٥
٩	١٢	٣	١٣	١٧	٦

المطلوب تكوين جدول تكراري ذي مجموعات لهذه البيانات

الحل

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة = $١٧ - ٢ = ١٥$

عدد المجموعات = ٦ ، طول المجموعة = $\frac{١٥}{٦} \approx ٣$

(١)

المجموعة	العلامات	التكرار
-٢		٣
-٥	+++	٥
-٨	/ +++	٦
-١١	// +++	٧
-١٤	+++	٥
-١٧		٤

المجموعات	-٢	-٥	-٨	-١١	-١٤	-١٧	المجموع
التكرار	٣	٥	٦	٧	٥	٤	٣٠

الجدول التكرارى الصاعد و النازل

المرس الثانى

كون الجدول التكرارى المنجمع الصاعد و ارسع المنحنى

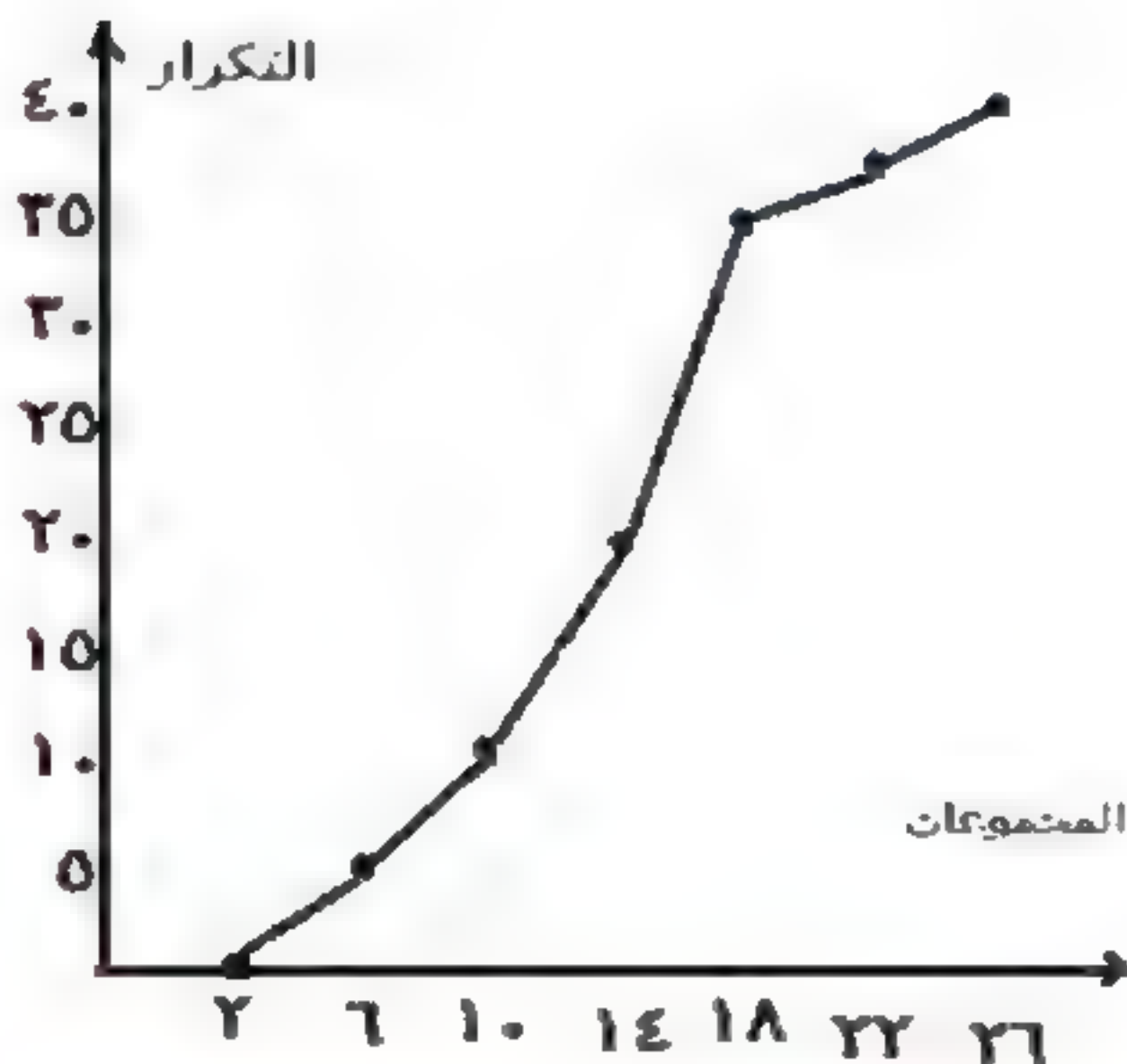
المجموع	-٢٢	-١٨	-١٤	-١٠	-٦	-٢	المجموعات
٤٠	٢	٣	١٥	١٠	٦	٤	التكرار

الحل

الجدول التكرارى الصاعد

التكرار الصاعد	الحدود العليا للمجموعات
.	أقل من ٢
$٤ = ٤ + .$	أقل من ٦
$١٠ = ٦ + ٤$	أقل من ١٠
$٢٠ = ١٠ + ١٠$	أقل من ١٤
$٣٥ = ١٥ + ٢٠$	أقل من ١٨
$٣٨ = ٣ + ٣٥$	أقل من ٢٢
$٤٠ = ٢ + ٣٨$	أقل من ٢٦

(١)



المنحنى التكرارى الصاعد



كون الجدول التكراري المنجم النازل و أرسع المنحنى

المجموع	-٢٢	-١٨	-١٤	-١٠	-٦	-٢	المجموع
التكرار	٢	٣	١٥	١٠	٦	٤	٤٠

الحل

الجدول التكراري النازل

الحدود العليا للمجموعات	التكرار الصاعد
٢ فأكثر	$٤٠ = ٤ + ٣٦$
٦ فأكثر	$٣٦ = ٦ + ٣٠$
١٠ فأكثر	$٣٠ = ١٠ + ٢٠$
١٤ فأكثر	$٢٠ = ١٥ + ٥$
١٨ فأكثر	$٥ = ٣ + ٢$
٢٢ فأكثر	$٢ = ٢ + ٠$
٢٦ فأكثر	.

(٢)

المنحنى التكراري النازل





نمارين الجدول التكراري الصاعد و النازل (١٤)

الجدول التكراري التالي يبين الأجر اليومي بالجنية لعدد ٥٠ عاملا في أحد المصانع

كون الجدول التكراري المنجمع الصاعد ومثله بيانى ثم أوجد

(١) أوجد عدد العمال الذين مرتبائهم أقل من ٦٠ جنيها

(٢) النسبة المئوية لعدد العمال الذين مرتبائهم أقل من ٦٠ جنيها

(١)

مجموعات الأجور	-٥٤	-٥٨	-٦٢	-٦٦	-٧٠	مجموع
عدد العمال (التكرار)	٥	١٢	٢٢	٧	٤	٥٠

الجدول التكراري التالي يبين الأجر اليومي بالجنية لعدد ٥٠٠ عاملا في أحد المصانع

كون الجدول التكراري المنجمع الصاعد ومثله بيانى

(١) أوجد عدد العمال الذين مرتبائهم أقل من ٦٠ جنيها

(٢) النسبة المئوية لعدد العمال الذين مرتبائهم أقل من ٦٠ جنيها

(٢)

مجموعات الأجور	-٥٤	-٥٨	-٦٢	-٦٦	-٧٠	مجموع
عدد العمال (التكرار)	٥	١٢	٢٢	٧	٤	٥٠

الجدول التكراري التالي يبين التوزيع التكراري لدرجات ٥٠ طالبا في أحد الاختبارات

مجموعات	-٢	-٦	-١٠	-١٤	-١٨	-٢٢	-٢٦	مجموع
(التكرار)	٣	٥	٩	١٠	١٢	٧	٤	٥٠

(٣)

ارسم المنحنى التكراري المنجمع الصاعد لهذا التوزيع
الجدول التكراري التالي يمثل درجات ٦٠ طالبا في مادة الرياضيات

مجموعات	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	مجموع
(التكرار)	٩	١١	١٣	١٧	١٠	٦٠

(٤)

ارسم المنحنى التكراري المنجمع الصاعد لهذا التوزيع وإذا كانت درجة النجاح هي ٣٠
فما هو عدد الطلبة الراسبين

الجدول الآتى يبين التوزيع التكراري للأجر اليومي لمجموعة من العمال

مجموعات	-٥	-١٠	-١٥	-٢٠	-٢٥	-٣٠	مجموع
(التكرار)	١٠	١٤	٢٤	٣٠	١٢	١٠	١٠٠

(٥)

المطلوب ارسم المنحنى التكراري المنجمع النازل لهذا التوزيع



الوسط

الدرس الثالث

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}}$$

الوسط

(١) إذا كان درجات ٥ طلاب هي ٢٤، ٢٢، ٢١، ٢٣، ٢٥

$$\text{فإن الوسط} = \frac{\text{مجموعهم}}{\text{عددهم}} = \frac{٢٤+٢٢+٢١+٢٣+٢٥}{٥} = ٢٣ \text{ درجة}$$

إيجاد الوسط الحسابي لتوزيع تكراري ذي مجموعات

مجموعات	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	مجموع
(التكرار)	٨	١٢	١٤	٩	٧	١٠٠

$$\text{مركز مجموعة ج} = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{٢}$$

مجموعة	مركز مجموعة (ج)	تكرار (ك)	ج × ك
-١٠	١٥	٨	١٢٠
-٢٠	٢٥	١٢	٣٠٠
-٣٠	٣٥	١٤	٤٩٠
-٤٠	٤٥	٩	٤٠٥
-٥٠	٥٥	٧	٣٨٥
مجموع		٥٠	١٧٠٠

$$\text{الوسط} = \frac{\text{مجموع ج} \times \text{ك}}{\text{مجموع ك}} = \frac{١٧٠٠}{٥٠} = ٣٤ \text{ درجة}$$

أوجد الوسط الحسابي لمجموعة القيم

$$٥ + ٨, ٦, ٢, ٩ - ٨$$

(٣) فإن الوسط = $\frac{\text{مجموعهم}}{\text{عددهم}} = \frac{١-٩+٢+٦+٨+١+٥}{٥} = ٦$

إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة القيم

$$٨, ٦, ٩, \text{ك} = ٧$$

$$\text{مجموع القيم} = \text{الوسط الحسابي} \times \text{عدد القيم} = ٧ \times ٤ = ٢٨$$

$$\text{ك} = ٢٨ - (٨ + ٦ + ٩) = ٥$$



تمارين على الوسط الحسابي (١٥)

أكمل

المدى لمجموعة القيم	(١)	٢٠، ٢٠، ٣٤، ١٠، ٥ هو	(١)	إذا كان الحد الأعلى لمجموعة هو ١٤ ومركزها هو ١٠ فإن الحد الأدنى لها
الوسط الحسابي لمجموعة من القيم =	(٢)	(٢)	مجموعة حدها الأدنى ٦ والأعلى ١٠ فإن مركزها =
الوسط الحسابي القيم	(٣)	٢٤، ١١، ٦، ٥ هو	(٣)	مجموعة حدها الأدنى = ٥ ومركزها = ٨ فإن حدها الأعلى =
إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ٥ والحد الأعلى ١٥ فإن مركز مجموعة	(٤) =	(٤)	مركز المجموعة الأولى من المجموعات ٧-١٣-١٩-٣٥ هو
إذا كان الحد الأدنى لمجموعة ٤ ومركزها ٩ فإن حدها الأعلى =	(٥)	(٥)	الحد الأدنى لمجموعة هو ١٠ والحد الأعلى لها هو ٣ ومركزها هو ١٥ فإن ٣ =
إذا كان الحد الأدنى لمجموعة ٤ وحدها الأعلى ١٢ فإن مركزها =	(٦)	(٦)	إذا كان الحد الأدنى لمجموعة ٤ وحدها الأعلى ١٢ فإن مركزها =



أوجد الوسط الحسابي للتوزيع التكراري الآتي :

مجموعات	-5	-10	-20	-30	-40	مجموع
(التكرار)	4	5	6	3	2	20

(١)

س^٣ أوجد الوسط الحسابي للتوزيع التكراري الآتي :

مجموعات	-5	-10	-20	-30	-40	مجموع
(التكرار)	7	10	12	13	8	50

(٢)

أوجد التالي يوضح للتوزيع التكراري لدرجات ٥٠ طالب

أوجد قيمة ك والوسط الحسابي

مجموعات	-10	-20	-30	-40	-50	مجموع
(التكرار)	8	12	3	8 ك	ك	50

(٣)

أوجد الوسط الحسابي مستعينا بالجدول الآتي وأوجد قيمة ك

مجموعات	-8	-12	-16	-20	-24	مجموع
(التكرار)	4	ك	16	12	8	50

(٤)

الجدول التالي يبين التوزيع التكراري لدرجات ٥٠ طالبا في امتحان

مجموعات	-2	-6	-10	-14	-18	-22	-26	مجموع
(التكرار)	3	5	9	10	12	7	4	50

(٥)

أوجد الوسط الحسابي لدرجات الطلاب



الدرس الرابع

الوسيط

الوسيط

هو القيمة التي نلوسط مجموعة القيم بعد ترتيبها
نصاعدياً أو تنازلياً بحيث يكون عدد القيم الأصغر مساوياً
لعدد القيم الأكبر منها

أوجد الوسيط

٢٠، ٣٠، ٤١، ١٧، ٢٣، ٤٢ ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً

ترتيب ٤٢، ٣٠، ٢٣، ٢٠، ٤١، ١٧ \therefore الوسيط هو ٢٣

(١)

٢١، ٢٣، ٢٤، ٢٣، ١٣، ٢٧

ترتيب ٢٧، ٢٤، ٢٣، ٢٣، ٢١، ١٣ عدد القيم زوجي

الوسيط = $\frac{\text{مجموع القيم التي تقعان في الوسط}}{2} = \frac{23 + 23}{2} = 23$

(٢)

٢١، ١٣، ٢٤، ٢٣، ١٣، ٢٧

ترتيب ٢٧، ٢٤، ٢٣، ٢١، ١٣، ١٣

الوسيط = $\frac{23 + 21}{2} = 22$

(٣)

١) نكون الجدول التكراري المُنجم الصاعد ثم نرسم المنحنى
التكراري المُنجم له

ملحوظة

٢) نوجد ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{2}$

٣) نعين النقطة التي تمثل ترتيب الوسيط على المحور الرأسي
ونرسم منحنى مسنقيع أفقي يقطع المنحنى في نقطة عمود
أعلى المحور الأفقي يقطع في نقطة تمثل الوسيط

كون الجدول التكراري المنجمع الصاعد
و الجدول التكراري المنجمع النازل ثم أوجد الوسيط

المجموعات	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
التكرار	٢	١	٢	٣	٤	١٢

الحل

التكراري المنجمع الصاعد

الحدود العليا للمجموعات	ك
أقل من ١٠	صفر
أقل من ٢٠	٢
أقل من ٣٠	٣
أقل من ٤٠	٥
أقل من ٥٠	٨
أقل من ٦٠	١٢

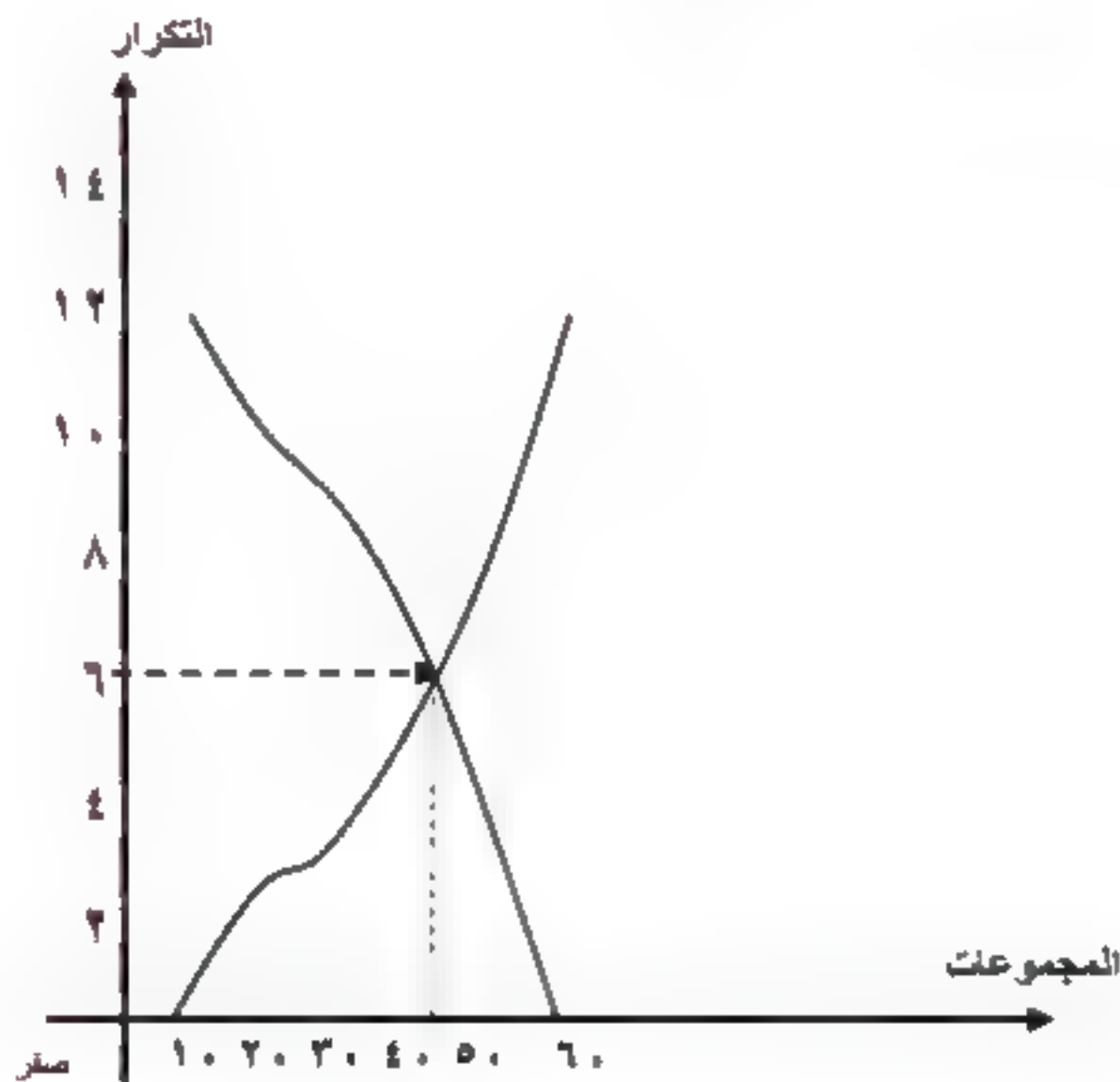
للتكراري المنجمع النازل

الحدود السفلى للمجموعات	ك
١. فأكثر	١٢
٢. فأكثر	١٠
٣. فأكثر	٩
٤. فأكثر	٧
٥. فأكثر	٤
٦. فأكثر	صفر

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{\text{عدد}}{2} = \frac{12}{2}$$

$$6 = \frac{12}{2}$$

$$\text{الوسيط} \approx ٤٤$$



(١)

أكمل

01032243340 / 2



استخدام المنحنى المتجمع الصاعد أوجد الوسيط للتوزيع التكراري الآتي

مجموعات	-٠	-٢	-٤	-٦	مجموع
(التكرار)	١	٢	٢	٥	١٠

(١)

الجدول الآتي يبين توزيع تكراري لأوزان ٢٠ طفلاً بالكيلوجرام أوجد الوسيط للتوزيع التكراري

(٢)

مجموعات	-٥	-١٥	-٢٥	-٣٥	-٤٥	مجموع
(التكرار)	٣	٤	٧	٤	٢	٢٠

في الجدول التكراري التالي ذي المجموعات المتساوية في المدى

مجموعات	-١٠	-٢٠	س	-٤٠	-٥٠	-٦٠	مجموع
(التكرار)	١٠	١٧	٢٠	٣٢	ك + ٢	٤	١٠٠

(٣)

(١) أوجد قيمة كل من س ، ك

(٢) ارسم في شكل واحد المنحنيين المتجمعيين الصاعد والنازل ثم أحسب الوسيط

أوجد الوسيط مستعينا بالجدول الآتي وأوجد قيمة ك

مجموعات	-٨	-١٢	-١٦	-٢٠	-٢٤	مجموع
(التكرار)	٤	ك	١٦	١٢	٨	٥٠

(٤)

الجدول التالي يبين التوزيع التكراري لدرجات ٥٠ طالبا في امتحان

مجموعات	-٢	-٦	-١٠	-١٤	-١٨	-٢٢	-٢٦	مجموع
(التكرار)	٣	٥	٩	١٠	١٢	٧	٤	٥٠

(٥)

أوجد الوسيط لدرجات الطلاب



المنوال

الدرس الرابع

المنوال

هو القيمة الأكثر شيوعاً فى هذه المجموعة

أو : هو القيمة التى نكرر أكثر من غيرها

فمثلاً المنوال لمجموعة القيم ٧، ٣، ٥، ٥، ٢، ٩ هو ٥

أوجد المنوال لمجموعة القيم

٩، ٦، ٤، ٤، ٦، ٢، ٦

المنوال = ٦

(١)

إذا كان المنوال لمجموعة القيم

٩، ٧، ٤، ٧، ٩، ٢، ٤ + ٣ هو ٧

الحل

٧ = ٣ + ٤

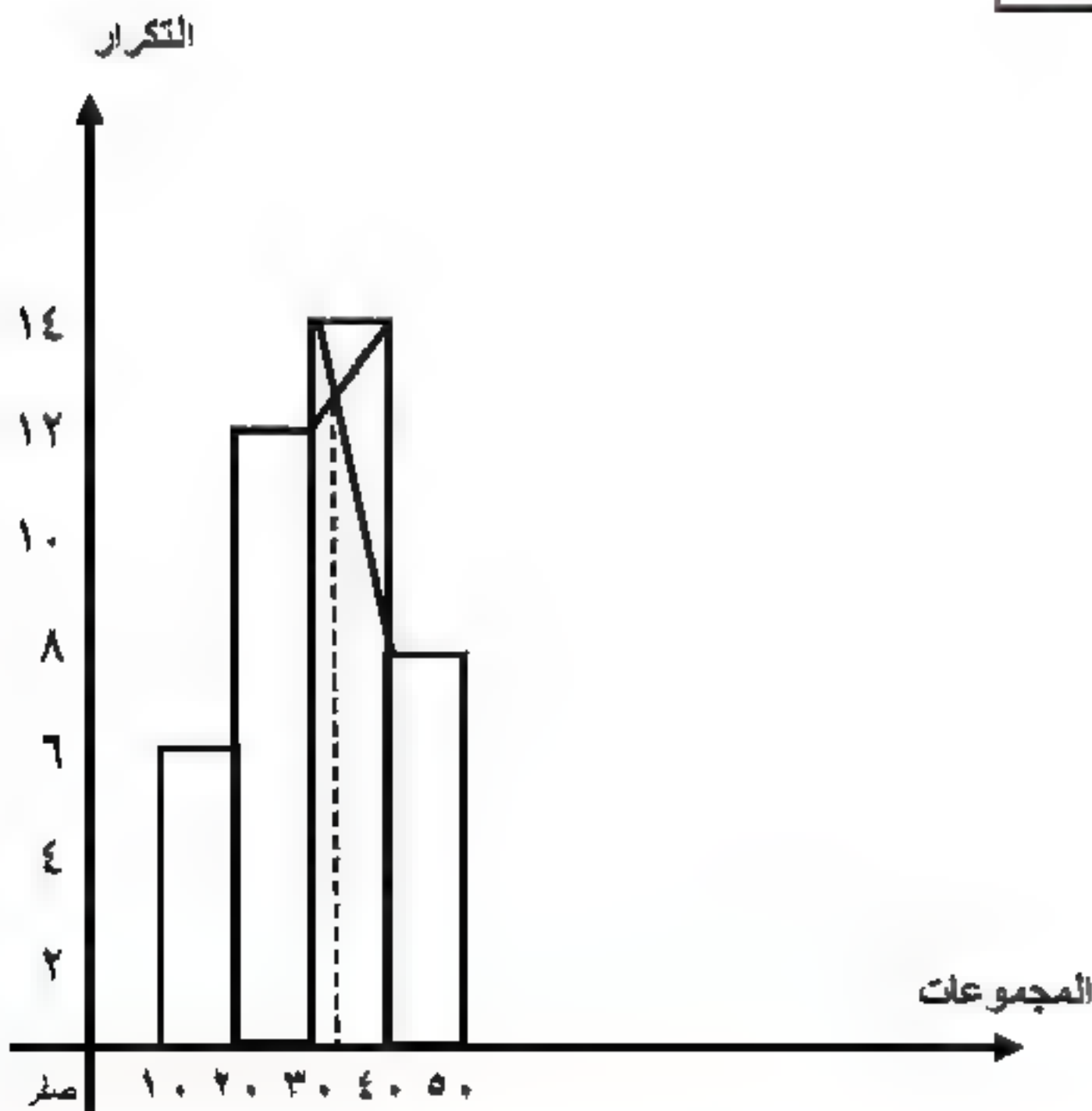
٣ - ٧ = ٤

٤ = ٤

(٢)

(٤) أوجد المنوال للتوزيع التكرارى

المجموعة	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	المجموع
التكرار	٦	١٢	١٤	٨	٤٠ التكرار



(٣)

المنوال \approx ٣٢



تمارين على المنوال (١٧)

أكمل

المنوال لمجموعة القيم
٦، ١، ٦، ٤، ٩ هو

(١)

المنوال لمجموعة القيم ٨، ١، ٨، ٤، ٩ هو

(١)

المنوال لمجموعة القيم

٤، ٥، ٤، ٢، ٧، ٤ هو (٢)

المنوال لمجموعة القيم ١١، ٥، ٩، ٢، ٧، ٩ هو

(٢)

إذا كان المنوال لمجموعة القيم

٦، ٩، ٦، ٨، ٤ هو ٩ فإن س = (٣)

إذا كان المنوال لمجموعة القيم

٦، ٧، ٦، ٨، ٤ هو ٧ فإن س = (٣)

إذا كان المنوال لمجموعة القيم

٦، ٧، ٦، ٨، ٣، ٤ هو ٧ فإن س = (٤)

إذا كان المنوال لمجموعة القيم

٦، ٧، ٦، ٨، ١، ٤ هو ٤ فإن س = (٤)

إذا كان المنوال مجموعة قيم (٥)

٢ + ١ + ٢ + ٥ + ٧ + ١ = هو ٢٠ فإن ك =

إذا كان المنوال مجموعة قيم (٥)

٣ + ١ + ٢ + ٥ + ١ + ١ = هو ١٣ فإن ك =

إذا كان المنوال مجموعة قيم (٦)

٦ + ١ + ٦ + ٦ + ١ + ١ = هو ٣٠ فإن ك =

إذا كان المنوال مجموعة قيم (٦)

٥ + ١ + ٥ + ٥ + ١ + ١ = هو ١٨ فإن ك =



فيما يلي التوزيع التكراري لدرجات ١٠٠ تلميذ في أحد الاختبارات

مجموع الدرجات	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	مجموع
(التكرار)	١٦	٢٤	٣٠	٢٠	١٠	١٠٠

(١)

أوجد الدرجة المنوالية

أوجد المنوال للتوزيع التكراري التالي لدرجات ٤٠ طالبا في أحد الاختبارات

مجموع الدرجات	-٣٠	-٤٠	-٥٠	-٦٠	-٧٠	-٨٠	مجموع
(التكرار)	٣	٤	١٢	٨	٧	٦	٤٠

(٢)

أوجد المنوال للتوزيع التكراري التالي

مجموع الدرجات	-٢	-٤	-٦	-٨	-١٠	مجموع
(التكرار)	٣	١٠	١٢	١٠	٥	٤٠

(٣)

أوجد المنوال مسبقا بالجدول الآتي وأوجد قيمة ك

مجموعات	-٨	-١٢	-١٦	-٢٠	-٢٤	مجموع
(التكرار)	٤	ك	١٦	١٢	٨	٥٠

(٤)

الجدول التالي يبين التوزيع التكراري لدرجات ٥٠ طالبا في امتحان

مجموعات	-٢	-٦	-١٠	-١٤	-١٨	-٢٢	-٢٦	مجموع
(التكرار)	٣	٥	٩	١٠	١٢	٧	٤	٥٠

(٥)

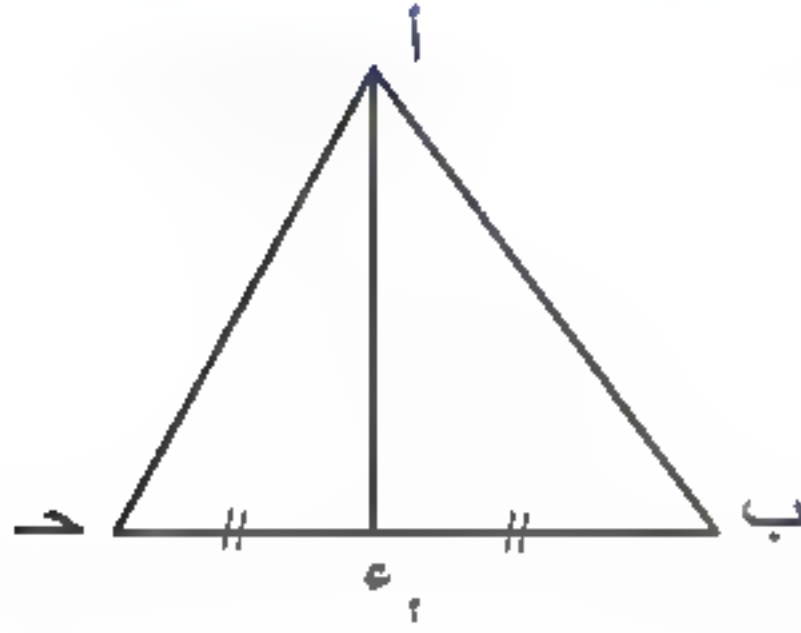
أوجد المنوال لدرجات الطلاب

منوسطات المثلث

الدرس الأول

منوسط المثلث

هو القطعة المستقيمة المرسومة من أي رأس من رؤوس المثلث إلى منتصف الضلع المقابل



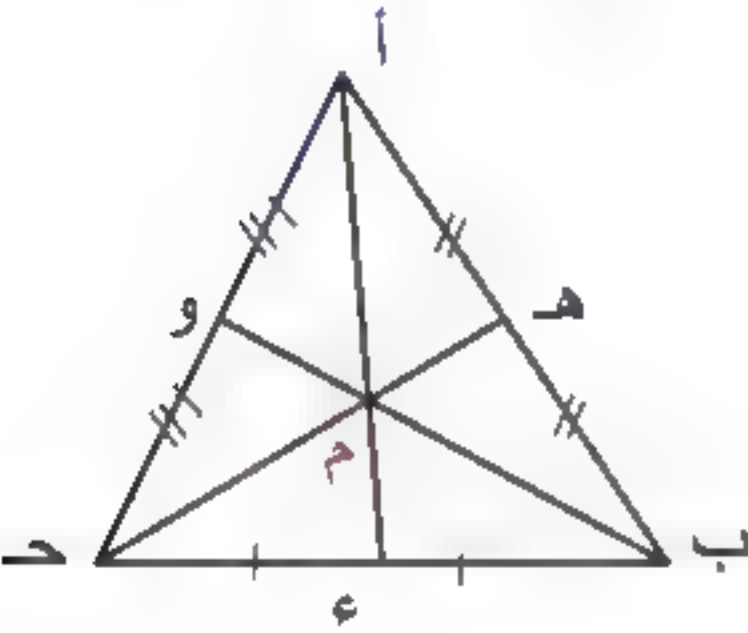
∴ \overline{AE} منصف ب جـ

∴ \overline{AE} منوسط في $\triangle ABC$

ملحوظة : - أي مثلث له ثلاث منوسطات

نظرية ١

منوسطات المثلث لتقاطع جميعاً في نقطة واحدة \overline{AE} , \overline{BE} , \overline{CE} هي المنوسطات الثلاثة للمثلث $\triangle ABC$ وتقاطع جميعاً

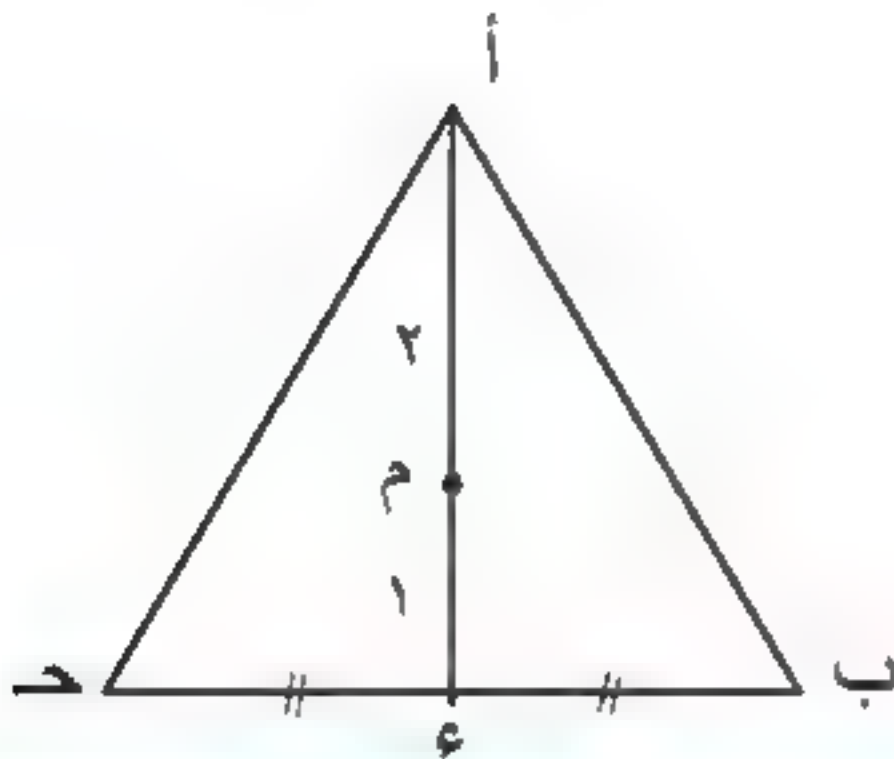


في نقطة م إن

$$(\overline{AE} \cap \overline{BE} \cap \overline{CE} = \{M\})$$

نظرية ٢

نقطة تقاطع منوسطات المثلث تقسم كل منهما بنسبة ٢ : ١ من جهة القاعدة أو بنسبة ٢ : ١ من جهة الرأس





أمثلة

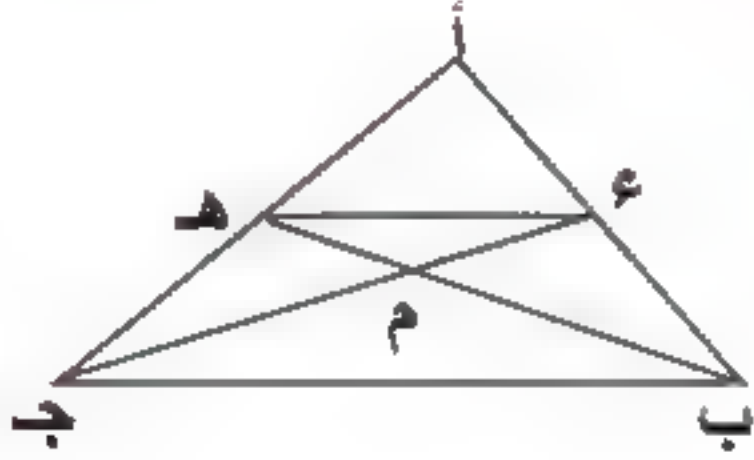
في الشكل المقابل

هـ، هـ منتصفاً أ ب، أ جـ

ب ج = ٨ سم، ب جـ = ٢ سم

هـ جـ = ٦ سم إوجد محيط Δ هـ جـ هـ

الحل



هـ منتصفاً أ ب \therefore جـ هـ متوسط \therefore ج هـ = $\frac{1}{2}$ جـ هـ = $\frac{1}{2} \times ٨$ سم = ٤ سم

(١)

هـ منتصفاً أ جـ \therefore ب هـ متوسط \therefore ج هـ = $\frac{1}{2}$ ب هـ = $\frac{1}{2} \times ٨$ سم = ٤ سم

هـ منتصفاً أ ب، هـ منتصفاً أ جـ \therefore هـ هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ = $\frac{1}{2} \times ١٢$ سم = ٦ سم

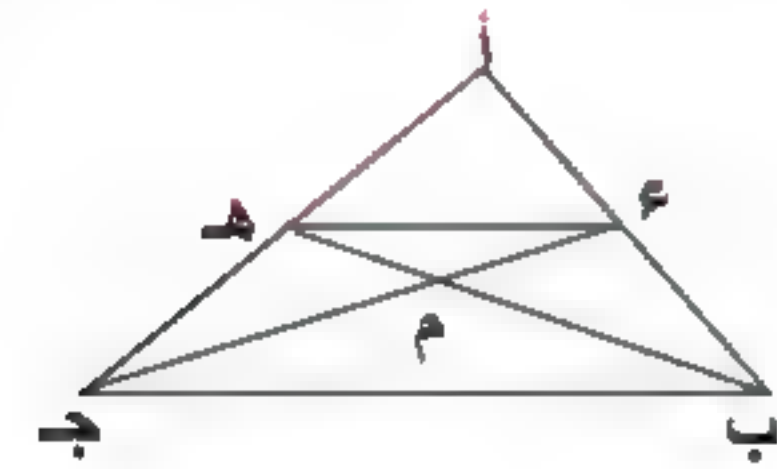
محيط Δ هـ جـ هـ = هـ جـ + ج هـ + هـ هـ = ٦ + ٤ + ٤ = ١٤ سم

في الشكل المقابل

إذا كان هـ، هـ منتصفاً أ ب، أ جـ

محيط Δ ج ب جـ = ٣٠ سمإوجد محيط Δ هـ جـ هـ

الحل



هـ منتصفاً أ ب \therefore جـ هـ متوسط \therefore ج هـ = $\frac{1}{2}$ جـ هـ = $\frac{1}{2} \times ٣٠$ سم = ١٥ سم

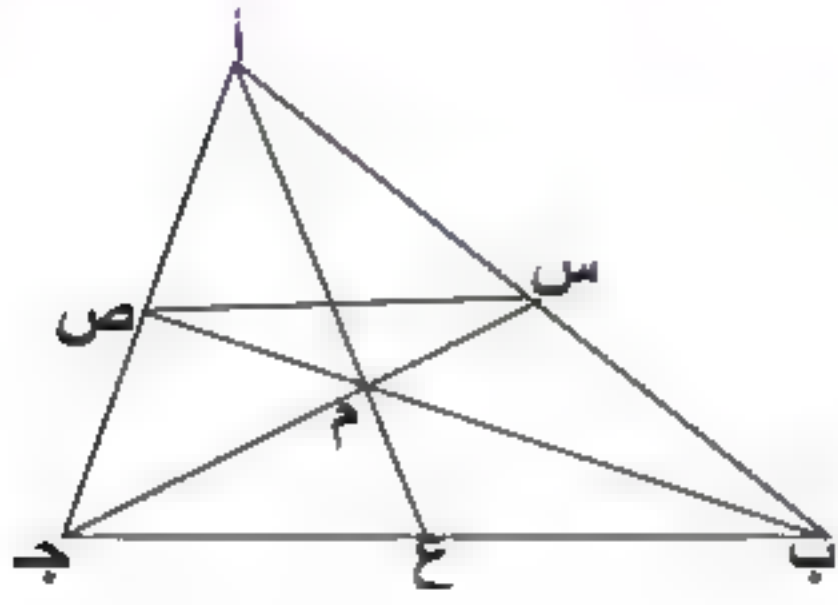
هـ منتصفاً أ جـ \therefore ب هـ متوسط \therefore ج هـ = $\frac{1}{2}$ ب هـ = $\frac{1}{2} \times ٣٠$ سم = ١٥ سم

(٢)

هـ منتصفاً أ ب، هـ منتصفاً أ جـ \therefore هـ هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ = $\frac{1}{2} \times ٣٠$ سم = ١٥ سم

محيط Δ هـ جـ هـ = هـ جـ + ج هـ + هـ هـ = $\frac{1}{2} \times ٣٠ + \frac{1}{2} \times ٣٠ + \frac{1}{2} \times ٣٠ = ٤٥$ سم

= $\frac{1}{2} (ج ب + ج ب + ج ب) = \frac{1}{2} \times ٣٠ = ١٥$ سم

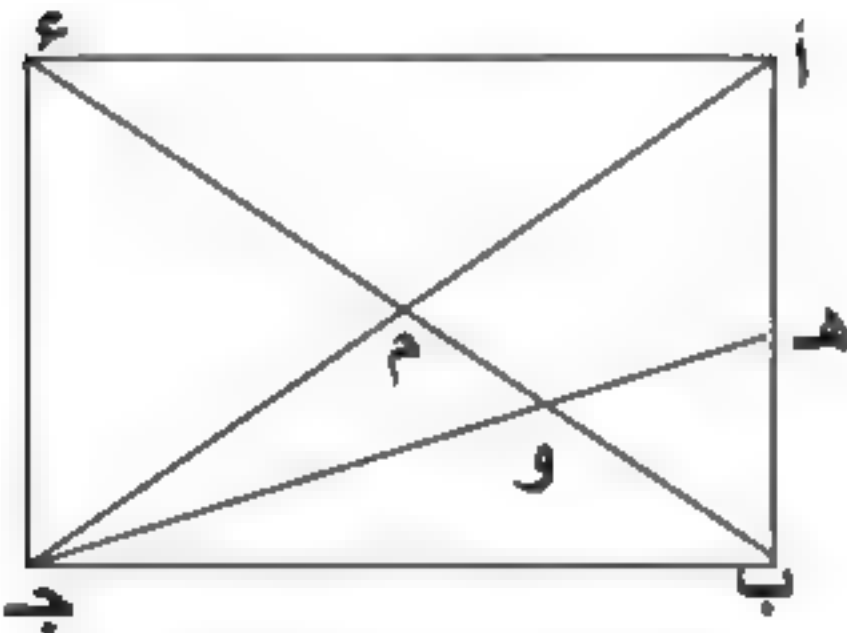


في الشكل المقابل
 أ ب ج مثلث فيه س منتصف أ ب ، ص د أ ج
 ، س ص // ب ج
 ج س ∩ ب ج = { هـ } فإذا كان
 أ هـ ∩ ب ج = { ع } إثبت أن ب ج = ١/٢ ب ج

الحل

س منتصف أ ب ، س ص // ب ج
 ∴ ص منتصف أ ج
 س منتصف أ ب ∴ ج س متوسط
 ص منتصف أ ج ∴ ب ج ص متوسط
 أ ع ∩ ب ج = ج س ∩ ب ج = { هـ }
 ∴ أ ع متوسط
 ∴ ب ج = ١/٢ ب ج

(٣)



في الشكل المقابل
 أ ب ج د هـ مستطيل نقاط قطراه في م
 هـ منتصف أ ب
 ج هـ ∩ ب ج = { و }
 (١) إثبت أن ب و نقطة تقاطع متوسطات
 (٢) إذا ب و = ٤ سم أوجد طول أ هـ

الحل

هـ منتصف أ ب ∴ ج هـ متوسط في Δ أ ب ج
 م منتصف أ ج (القطران ينصف كلا منهما الآخر)
 ∴ ب ج متوسط
 ج هـ ∩ ب ج = { و }
 ∴ و نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب ج
 ب و = ٤ سم
 ∴ و ج = ٨ سم
 ∴ ب ج = ١٢ سم
 في المستطيل القطران متساويان وينصف كلا منهما الآخر
 أ ج = ب ج = ١٢ سم

(٤)

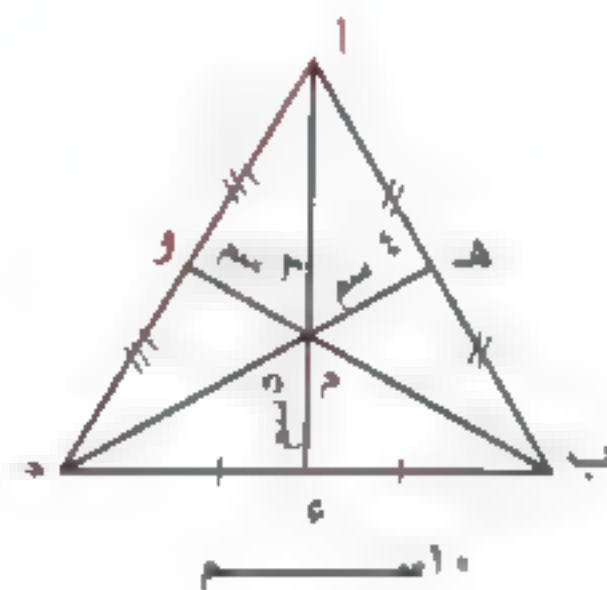
نمارين منوسطات المثلث (١)

أكمل ما ياتى

- (١) عدد منوسطات المثلث القائم الزاوية = منوسطات منوسطات المثلث نلقاطع جمعا فى (١)
- (٢) (٢)
- (٣) نقطة نلاقى منوسطات المثلث نقسم كل منهما بنسبة : من جهة القاعدة (٣)
- (٤) نقطة نلقاطع نلاقى منوسطات المثلث نقسم كل منهما بنسبة : من جهة الرأس (٤)
- (٥) نقطة نلقاطع نلاقى منوسطات المثلث نقسم كلا منهما بنسبة : من جهة القاعدة (٥)
- عد منوسطات أى مثلث = (١)
- هو القطعة المستقيمة المرسومة من أى رأس من رؤوس المثلث إلى منتصف الضلع المقابل منوسط المثلث هو القطعة المستقيمة المرسومة من أى رأس من رؤوس المثلث إلى (٢)
- فى Δ أ ب جـ إذا كانت (٣)
- منوسط ب جـ فإن أ ع يسمى (٤)
- عد منوسطات أى مثلث = (٥)

أسئلة مقالية

فى الشكل المقابل

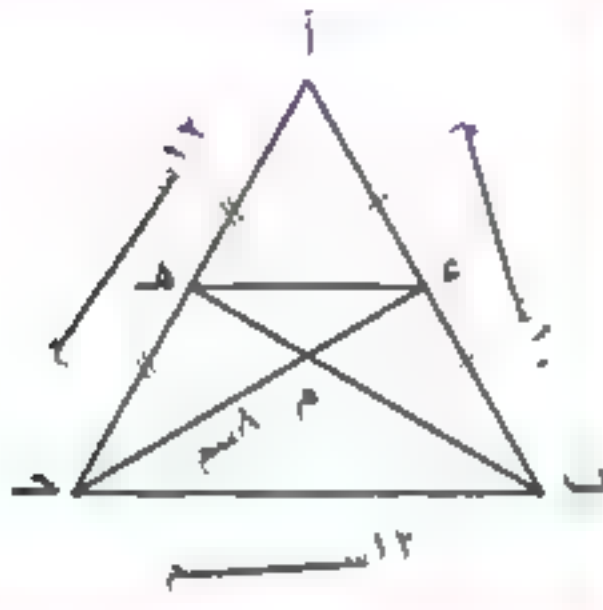


- هـ هى نقطة نلاقى منوسطات Δ وكان ع هـ = ٥ سم (١)
- هـ = ٣ سم هـ هـ = ٤ سم , ب جـ = ١٠ سم فإن (٢)
- أ هـ = سم (٣)
- ب جـ = سم (٤)
- ب ع = سم (٥)
- محيط Δ ب ع هـ = + + سم (٦)
- ب هـ = سم (٧)
- ب جـ = سم (٨)
- محيط Δ ع جـ جـ = + + سم (٩)

(١)

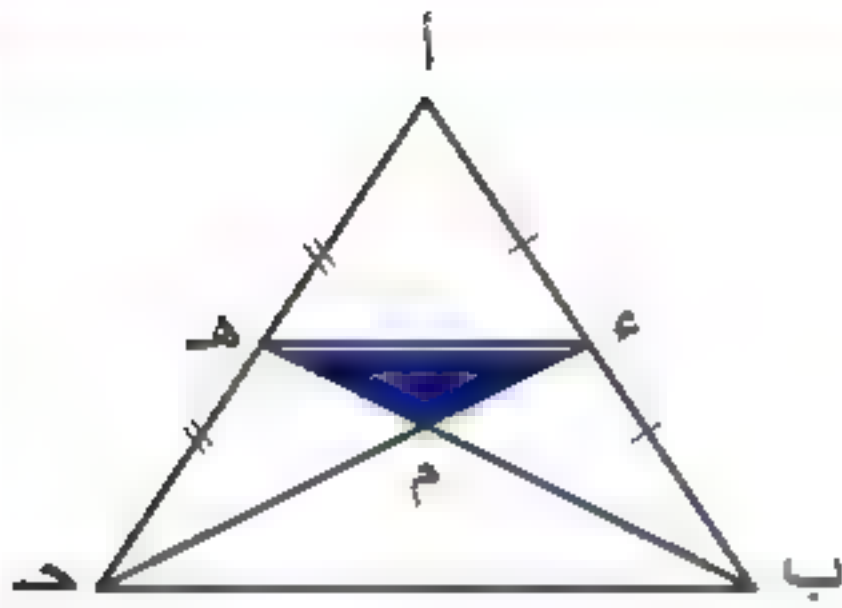


في الشكل المقابل



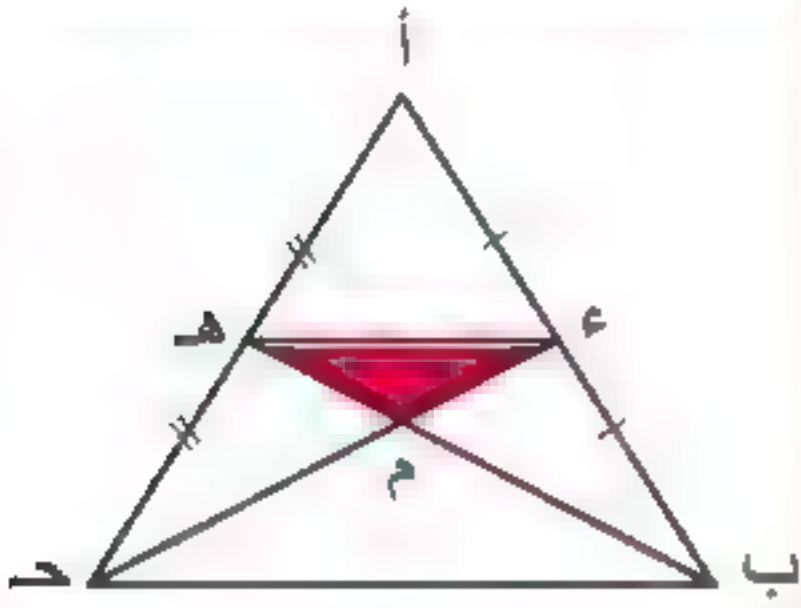
- ب ج = ١٢ سم , ب هـ = ٩ سم
 ج د = ٨ سم , أ ب = ١٠ سم , أ ج = ١٢ سم
 (٢) فإن أ هـ = سم (٢) ج هـ = سم
 (٣) ج ع = سم (٤) ع ج = سم
 (٥) ب ع = سم (٦) هـ ج = سم
 (٧) محيط Δ ج ع هـ = سم

في الشكل المقابل



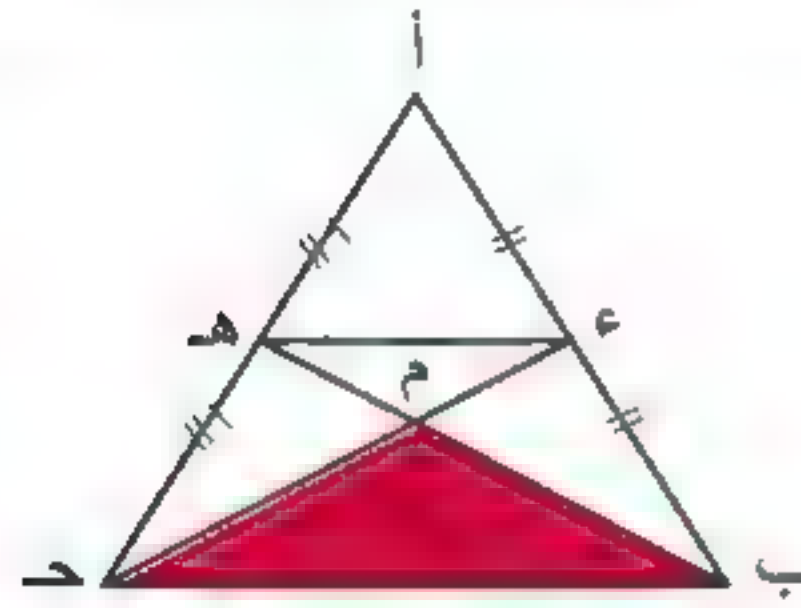
- ب ج = ٦ سم , ج ب = ١٣ سم , ج ع = ١٢ سم
 أوجد محيط Δ ج ع هـ

في الشكل المقابل



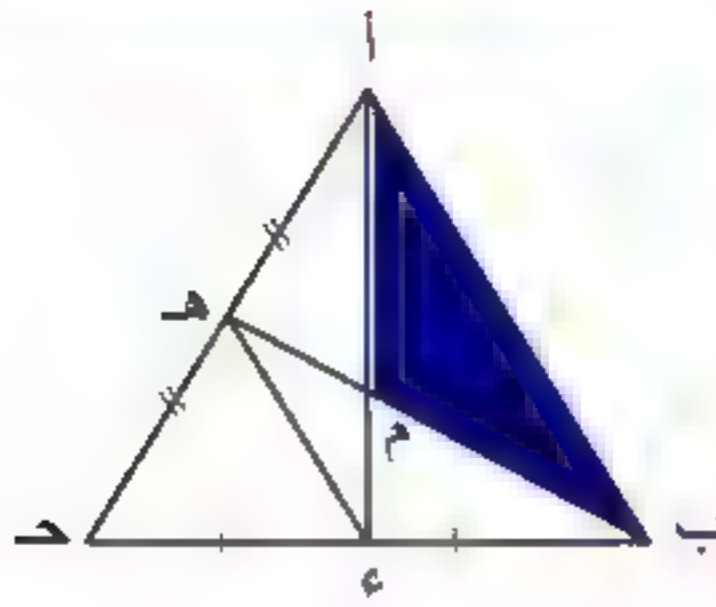
- ع ج = ٩ سم , ب ج = ٨ سم , ب ج = ١٠ سم
 أوجد محيط Δ ج ع هـ

في الشكل المقابل



- إذا كانت ع , هـ منتصفى أ ب , أ ج على الترتيب
 (٥) ب هـ \cap ع ج = { ج } , ع هـ = ٤ سم
 , ع ج = ٣ سم , ب هـ = ٦ سم
 أوجد محيط Δ ب ج ج

في الشكل المقابل

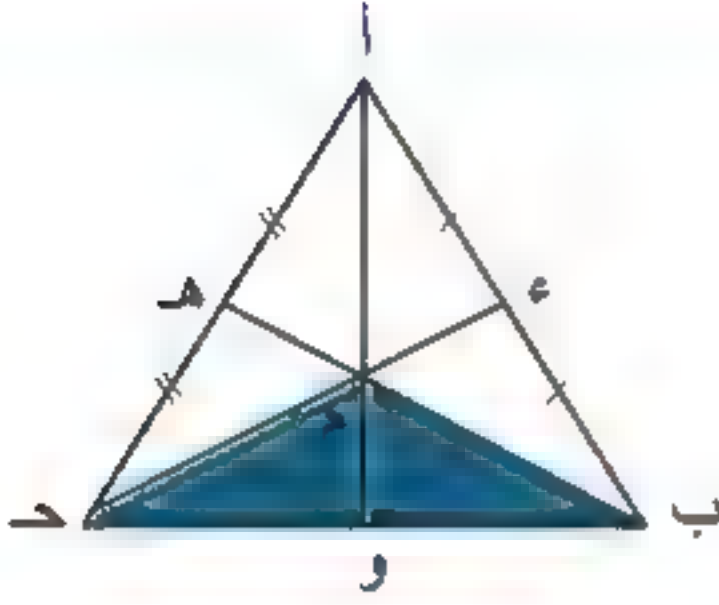


- (٦) Δ أ ب ج فيه ج هـ = ٤ سم , ج ع = ٣ سم
 ع هـ = ٥ سم أوجد محيط Δ أ ج ب

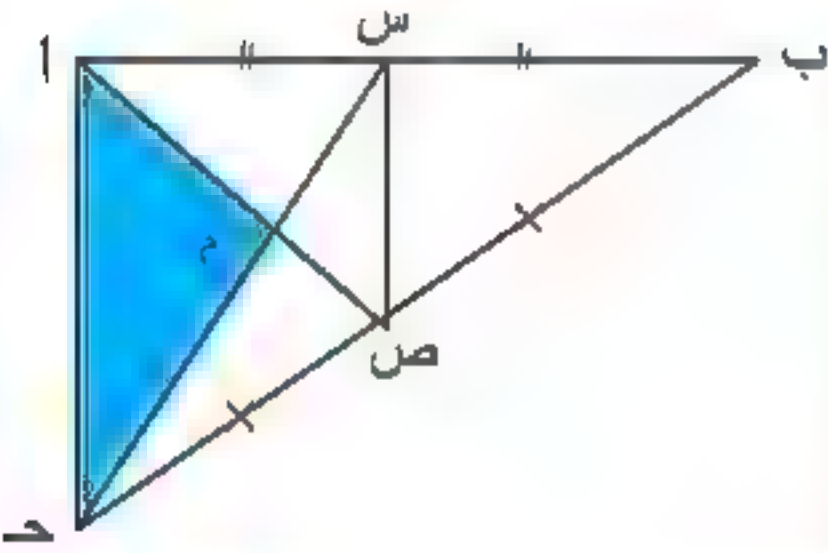


ا ب ج مثلث فیہ و ، هـ منتصف ا ب ، ا ج علی الترتیب ب هـ ج و = { ج }
(۷) ر س ج ا ج بحيث ا ج = ب ج = { ج } فاذا كان ب ج = ۱۰ سم ، ا ج = ۱۲ سم
أوجد طول كلا من ب هـ ، ا ج

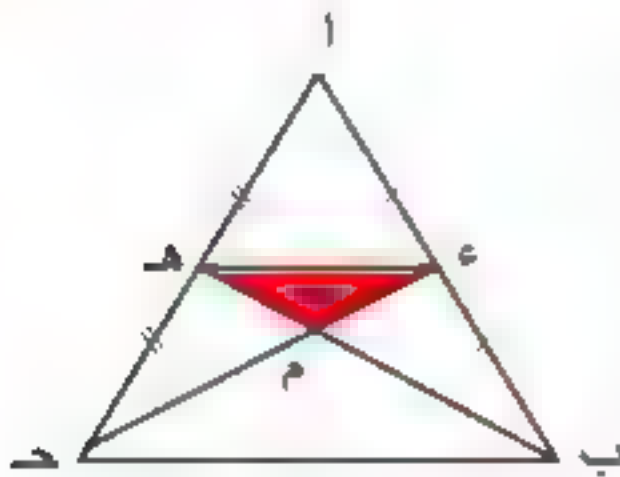
(۸) ا ب ج مثلث فیہ ع منتصف ب ج ، ج = ا ج بحيث ا ج = ۲ ج ع ر س ج فقطع
ا ب فی هـ فاذا كان هـ ج = ۱۲ سم أوجد طول هـ ج



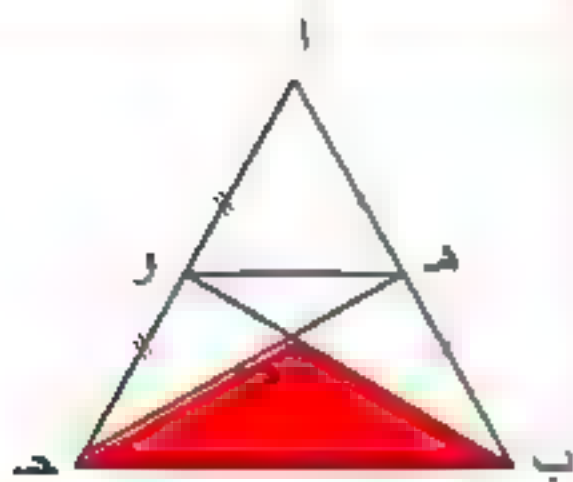
فی الشكل المقابل
(۹) ج نقطة نراقی متوسطات ا ب ج حيث ب هـ = ۶ سم
، ج ع = ۹ سم ، ب و = ۳،۵ سم أوجد محیط ا ب ج



فی الشكل المقابل
ا ب ج مثلث فیہ س منتصف ا ب ، ص منتصف ب ج
(۱۰) ، س ص = ۵ سم س ج = ا ص = { ج } حيث
ج ج = ۸ سم ص ج = ۳ سم أوجد محیط ا ب ج



فی الشكل المقابل
ع ، هـ منتصف ا ب ، ا ج علی الترتیب
(۱۱) ج ع = ب هـ = { ج } فاذا كان
ج ع = ۱۸ سم ، ب ج = ۱۲ سم ، ب ج = ۱۶ سم
أوجد محیط ا ب ج



فی الشكل المقابل
هـ و = ۵ سم ، هـ ج = ۳ سم ، ب و = ۱۲ سم
(۱۲) هـ منتصف ا ب ، و منتصف ا ج
أوجد محیط ا ب ج

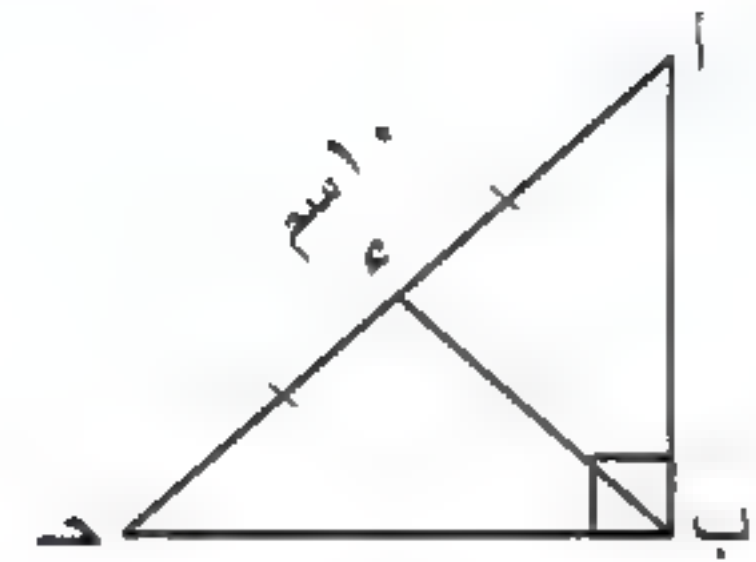
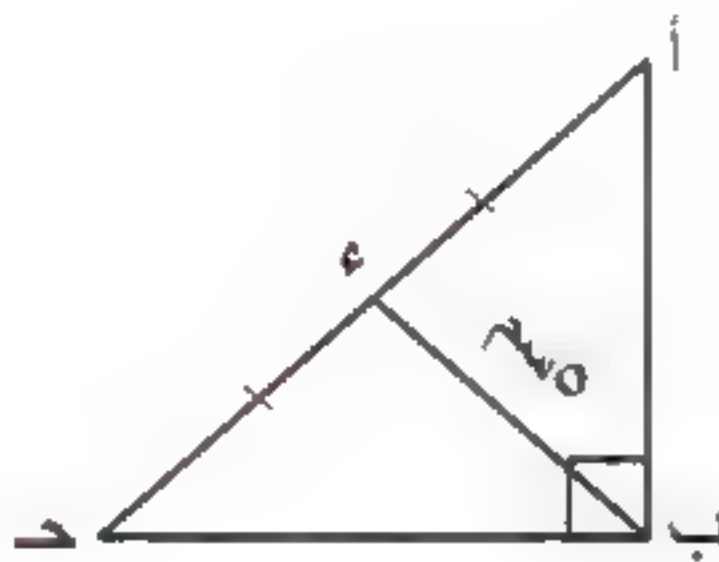


منوسطات المثلث

الدرس الثاني

نظرية ٣

طول المنوسط الخارج من رأس القائمة = $\frac{1}{2}$ طول الوتر



بـ \overline{BE} منوسط خارج من رأس ب القائمة

$$\therefore \overline{BE} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

$$0 = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

$$\overline{AC} = 0 \text{ سم}$$

بـ \overline{BE} منوسط خارج من رأس ب القائمة

$$\therefore \overline{BE} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

$$0 \text{ سم} = \frac{1}{2} \times 10 =$$

عكس نظرية ٣

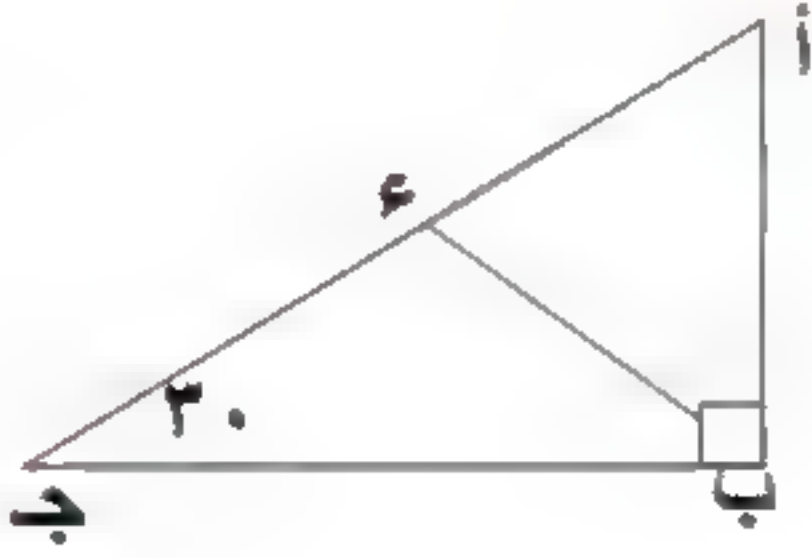
إذا كان طول منوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوي نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس فإن زاوية هذا الرأس تكون قائمة

نتيجة

طول الضلع المقابل للزاوية 30° في المثلث القائم الزاوية يساوي نصف طول الوتر



أمثلة



في الشكل المقابل

أ ج = ٢٠ سم ، ق (أ ج) = ٣٠
 ق (أ ب ج) = ٩٠ ، ع منتصف أ ج
 أوجد محيط Δ أ ب ع

الحل

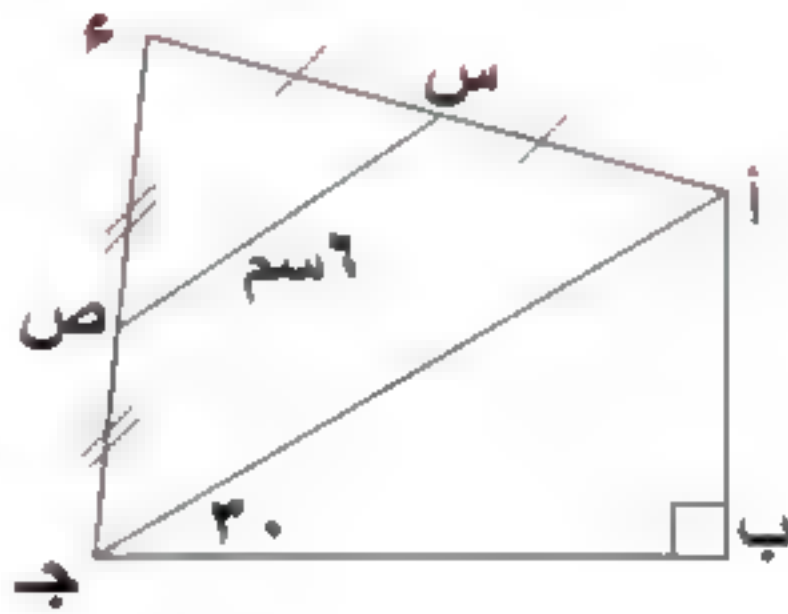
ع منتصف أ ج ، ق (أ ب ج) = ٩٠

$$\therefore \text{ب ع} = \frac{1}{2} \text{أ ج} = ١٠ \text{ سم} \quad (١)$$

ق (أ ج) = ٣٠ ، ق (أ ب ج) = ٩٠

$$\therefore \text{أ ب} = \frac{1}{2} \text{أ ج} = ١٠ \text{ سم}$$

محيط Δ أ ب ع = أ ب + ب ع + ع أ = ١٠ + ١٠ + ١٠ = ٣٠ سم



في الشكل المقابل

أوجد طول أ ب

الحل

س منتصف أ ع ، ص منتصف ع ج

$$\text{س ص} = \frac{1}{2} \text{أ ج} \quad (٢)$$

$$\therefore \text{أ ج} = ١٢ \text{ سم}$$

في Δ أ ب ج

ق (أ ب ج) = ٩٠ ، ق (أ ب ج) = ٣٠

$$\therefore \text{أ ب} = \frac{1}{2} \text{أ ج} = ٦ \text{ سم}$$



نمارين تابع منوسطات المثلث (٢)

أكمل ما ياتى

(١)

عدد منوسطات Δ منفرج زاوية هو

(١)

إذا كانت $م$ نقطة نراقى
منوسطات المثلث $أ ب ج$
, $أ ع$ منوسط طوله ١٢ سم فإن
 $أ م = ...$ سم

(١)

(١) إذا كانت $م$ نقطة نراقى

طول المنوسط الخارج من رأس
القائمة = طول
الوتر

(٢)

منوسطات المثلث $أ ب ج$, $أ ع$ منوسط فإن $أ ع = ...$

(٢)

(٢) نقطة نراقى منوسطات المثلث
نقسم كل منهما بنسبة

(٣)

طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠°
= طول الوتر

(٣)

٥ : من جهة القاعدة

طول الوتر طول
الضلع المقابل للزاوية ٣٠°

(٤)

$أ ع$ منوسط فى المثلث $أ ب ج$,
 $م$ نقطة نراقى منوسطات المثلث

(٤)

 $م ع = ٢$ سم فإن $أ ع = ...$ سم

(٣) طول الوتر = طول ضلع
مقابل للزاوية ٣٠°

(٥)

طول الوتر طول
المنوسط الخارج من رأس القائمة

(٥)

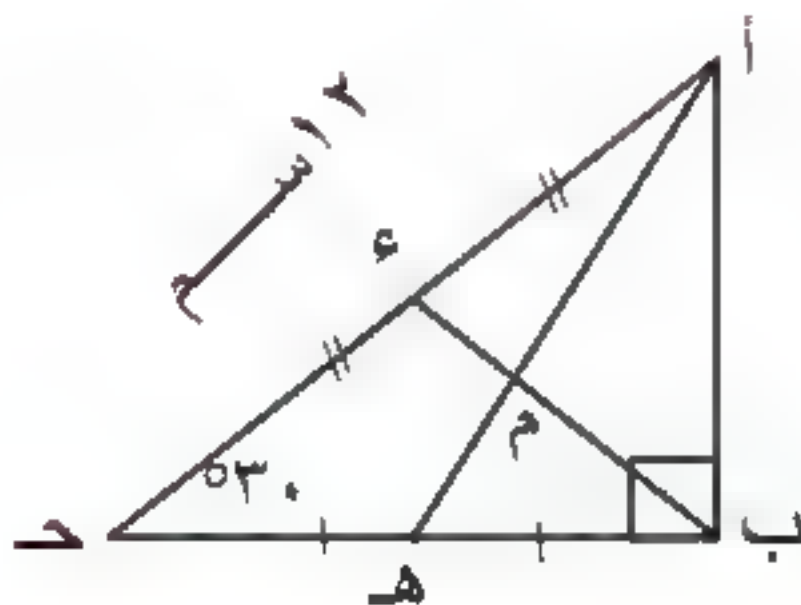
أسئلة مقالية

فى الشكل المقابل

$أ ب = ١٢$ سم , $ق (ج) = ٣٠^\circ$ أوجد

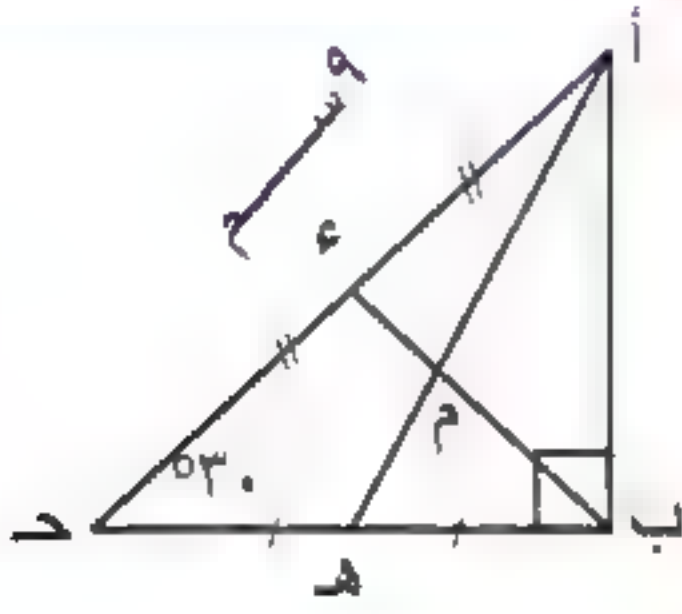
(١)

(١) $ب ع$ (٢) $ب م$ (٣) محيط $\Delta أ ب ع$



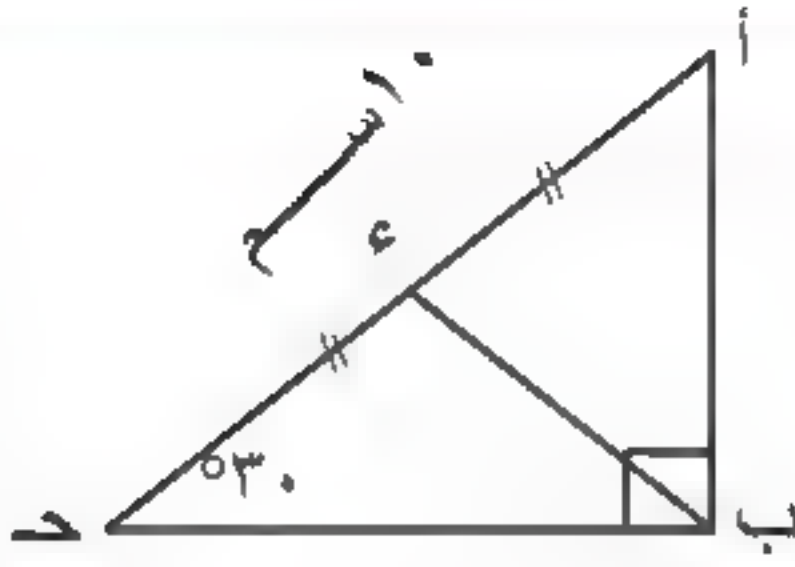


فی الشكل المقابل



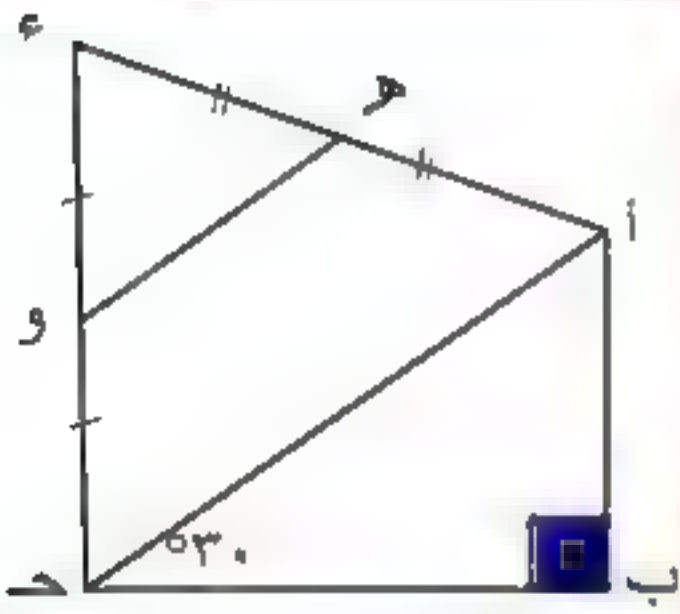
- Δ ا ب ج قائم الزاویۃ فی ب ، ق (\hat{A}) = 30° ،
 (۲) ع منتصف ا ب ، هـ منتصف ب ج ،
 ا ب = ۹ سم اوجد طول
 (۱) ا ب (۲) ب ع (۳) ب ج

فی الشكل المقابل



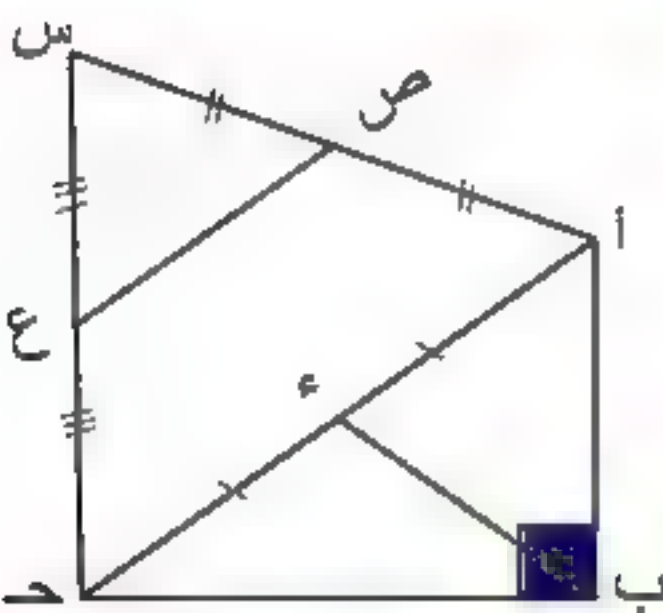
- Δ ا ب ج قائم الزاویۃ فی ب ، ق (\hat{B}) = 90° ،
 (۳) ب ع متوسط ق (\hat{A}) = 30° ، ا ب = ۱۰ سم
 اثبت ان
 Δ ا ب ج منساوی الأضلاع ثم اوجد محیط Δ ا ب ج

فی الشكل المقابل



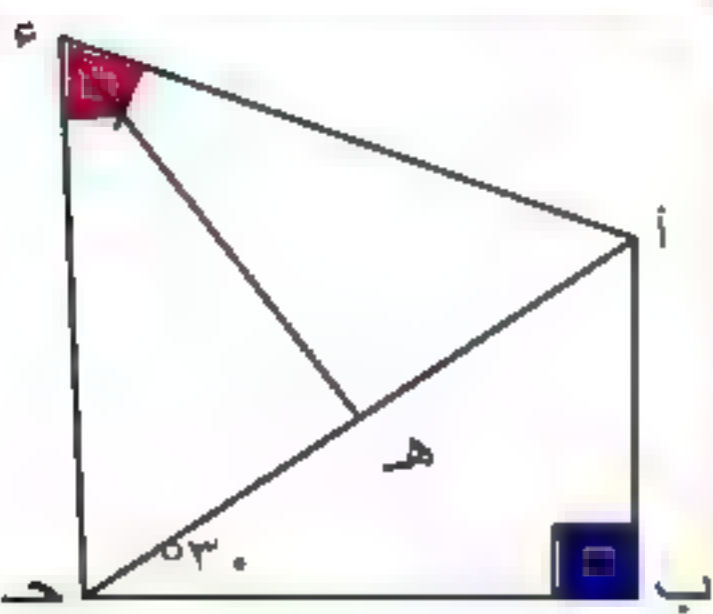
- ق (\hat{B}) = 90° ، ق (ب ج ا) = 30° ،
 (۴) هـ منتصف ا ب ، و منتصف ع ج
 اثبت ان ا ب = هـ و

فی الشكل المقابل



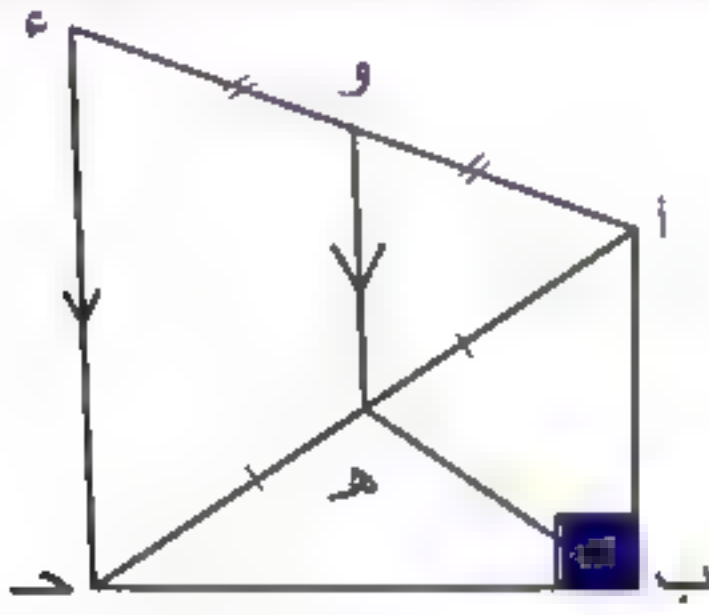
- ب ع متوسط ق (\hat{B}) = 90° ، ص ع منتصفی
 (۵) ا س ، س ج اثبت ان ب ع = ص ع

فی الشكل المقابل



- ق (ا ب ج) = ق (ا ب ج) = 90° ،
 (۶) ق (ا ب ج) = 30° ،
 هـ منتصف ا ب ، اثبت ان ا ب = هـ

في الشكل المقابل

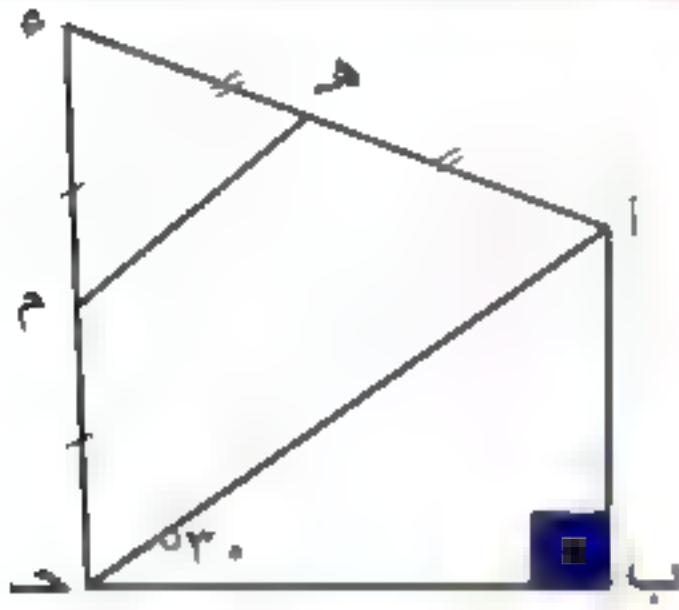


(٧) إذا كان $\angle B = 90^\circ$ حيث أن $Q (\hat{B}) = 90^\circ$,

هـ , و منتصفى \overline{AC} , \overline{AE}

اثبت أن $BE = HE$

في الشكل المقابل

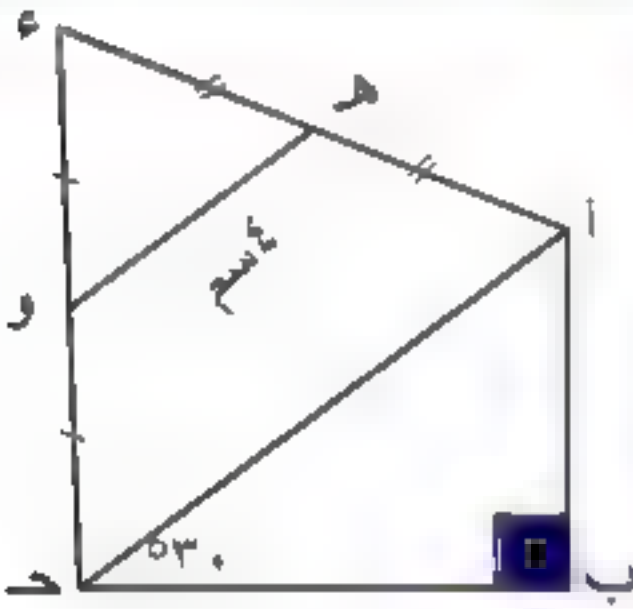


(٨) $Q (\hat{B}) = 90^\circ$, هـ , و منتصفى \overline{AC} , \overline{AE}

علي الترتيب , $Q (\hat{A}) = 30^\circ$

اثبت أن $AB = HE$

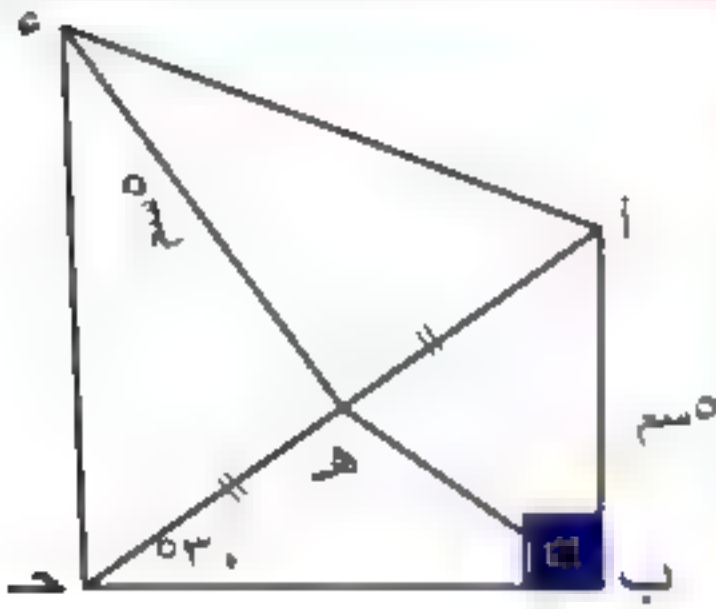
في الشكل المقابل



(٩) AB \overline{AC} شكل رباعي فيه $Q (\hat{B}) = 90^\circ$, هـ منتصف \overline{AC} , و منتصف \overline{AE} $Q (\hat{A}) = 30^\circ$

, هـ $AB = HE$ سم أوجد بالبرهان طول AB

في الشكل المقابل



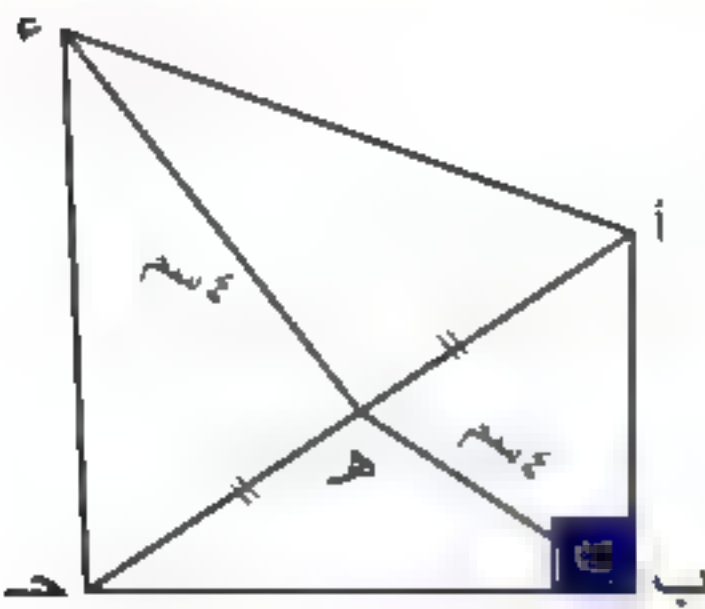
AB \overline{AC} قائم الزاوية في B ,

(١٠) $Q (\hat{A}) = 30^\circ$, $AB = 5$ سم

هـ منتصف \overline{AC} إذا كان هـ $AB = 5$ سم

اثبت أن $Q (\hat{A}) = 90^\circ$

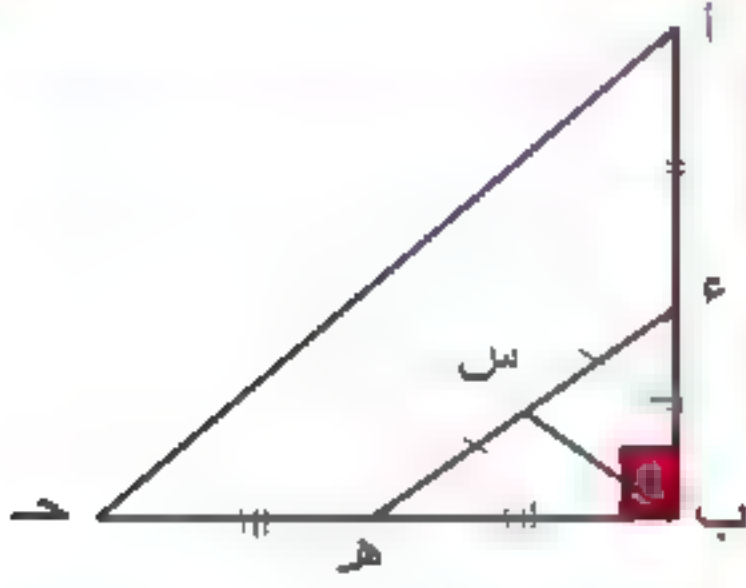
في الشكل المقابل



$BE = HE = 4$ سم , $AB = 4$ سم , $Q (\hat{B}) = 90^\circ$

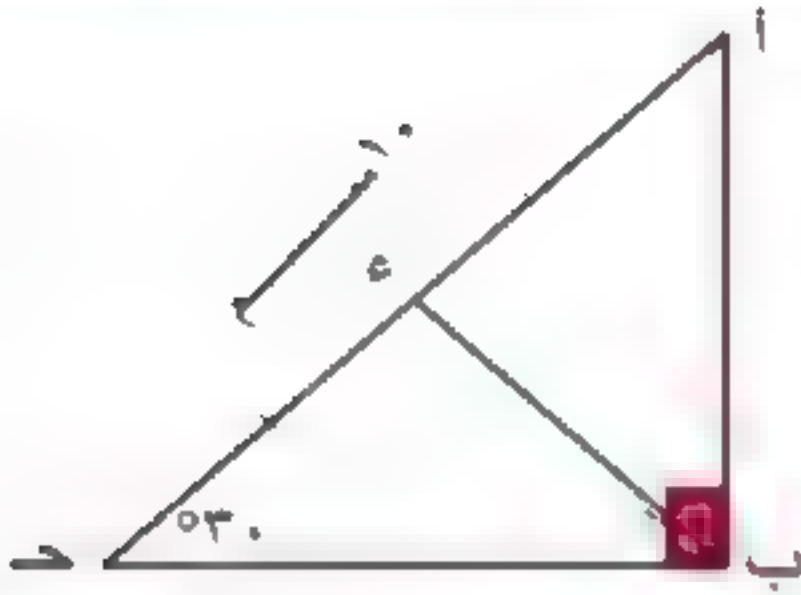
(١١) هـ منتصف \overline{AC}

اثبت أن $Q (\hat{A}) = 90^\circ$



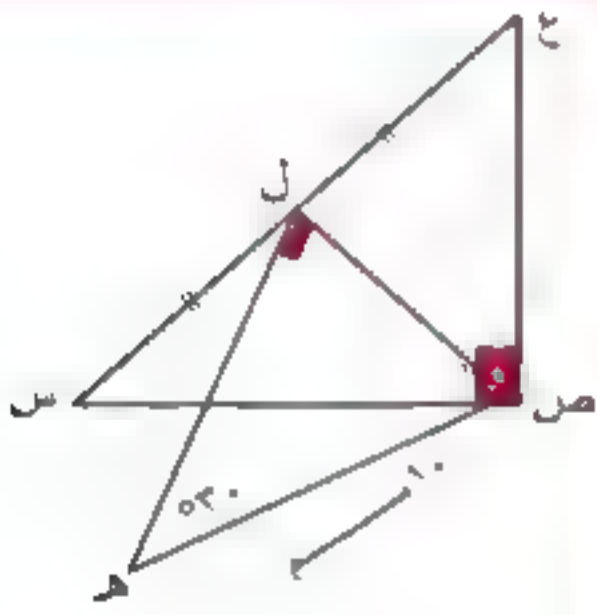
في الشكل المقابل

- (١٢) ع منتصف \overline{AB} , هـ منتصف \overline{BC} ,
س منتصف \overline{EH} اثبت $\frac{1}{4} \overline{AC} = \overline{EH}$



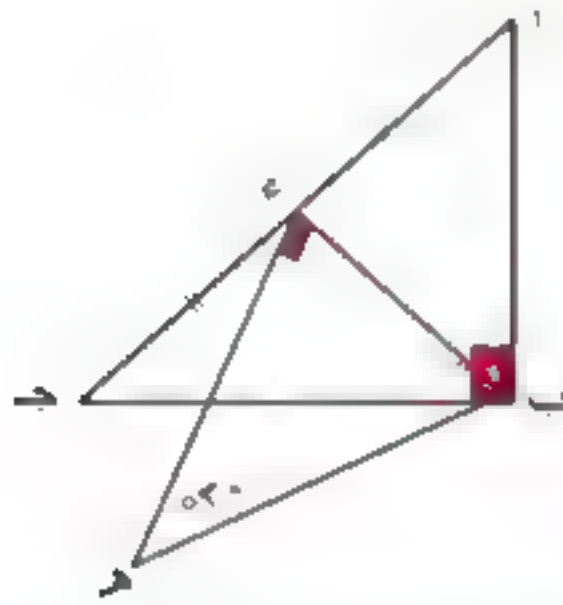
في الشكل المقابل

- (١٣) بـ \overline{EH} منوسط خارج من زاوية بـ القائمة
أوجد محيط المثلث $\triangle ABC$ ع ثـ أوجد طول \overline{EH}



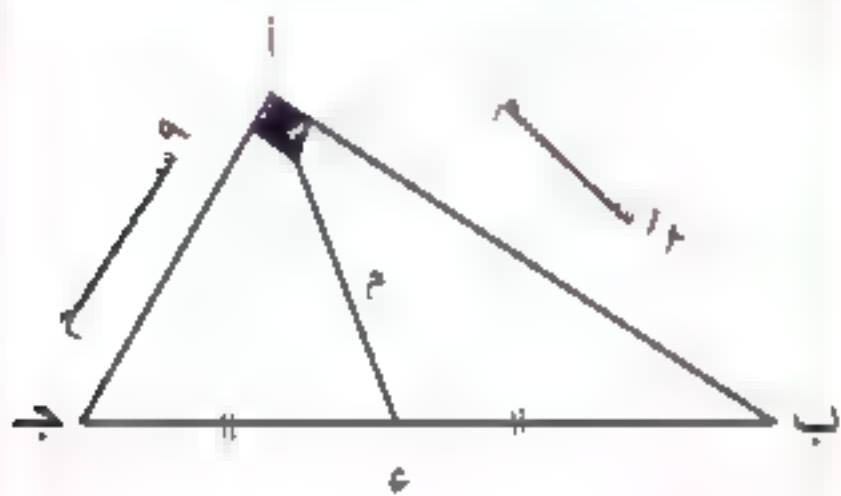
في الشكل المقابل

- (١٤) ق (ص ل هـ) = 90° , ق (هـ) = 30°
ص هـ = ١٠ سم , ق (س س ع) = 90°
ل منتصف \overline{SC} ع أوجد طول \overline{SE} بالبرهان



في الشكل المقابل

- (١٥) ق (أ ب جـ) = ق (ب ع هـ) = 90°
ق (هـ) = 30° , ع منتصف \overline{AJ}
اثبت أن $\overline{AJ} = \overline{BE}$



في الشكل المقابل

- (١٦) ق (ب أ جـ) = 90° , أ ب = ١٢ سم
أ جـ = ٩ سم , أ ع منوسط في $\triangle ABC$
ع نقطة نراقى منوسطات $\triangle ABC$ بـ جـ أوجد طول \overline{AJ}



الدرس الثالث

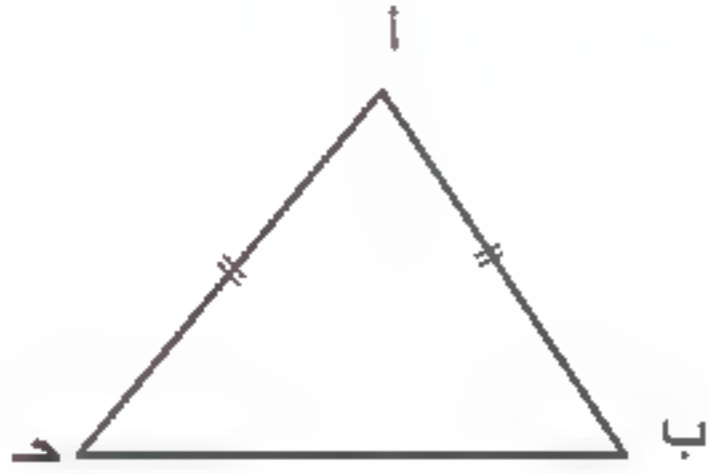
المثلث المنساوى الساقين

نظرية ١

إذا كان $أ ب = أ ج$ فإن $\Delta أ ب ج$ يكون منساوى الساقين
نظرية ١

زاويتا القاعدة فى المثلث المنساوى الساقين متطابقتان

$$\therefore \angle ب = \angle ج \quad \therefore \angle ق (ب) = \angle ق (ج)$$



ملاحظات

- (١) كل من زاويتين القاعدة فى المثلث المنساوى الساقين حادة
- (٢) زاوية الرأس فى المثلث المنساوى الساقين من الممكن أن تكون حادة أو قائمة أو منفرجة

نتيجة

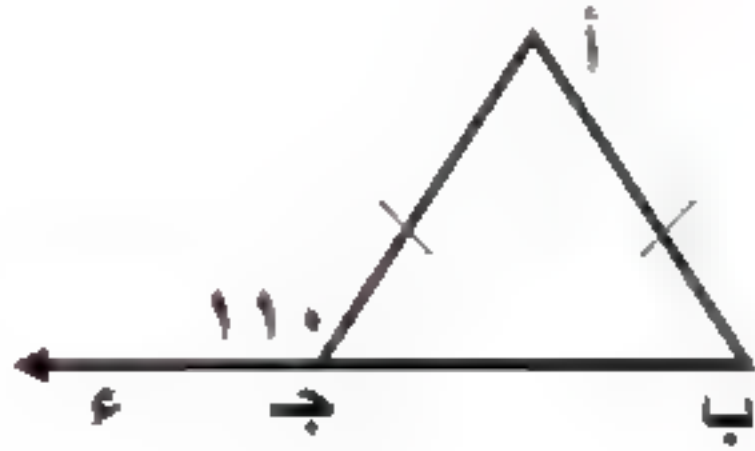
- (١) إذا كان المثلث منساوى الأضلاع فإن زواياه الثلاث تكون متطابقة ويكون قياس كل منهما 60° بينما زواياه الخارجة أيضاً متطابقة وقياس كل منهما 120°
- (٢) إذا نساوى قياس زاويتان فى مثلث كان المثلث منساوى الساقين

أمثلة

في الشكل المقابل

إذا كانت $AB = AC$ ، أوجد قياسات زوايا المثلث

الحل



$$\angle C = \angle B \quad \text{و} \quad \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

[زاويتان متجاورتان حادتان من تقاطع شعاع ومستقيم]

$$\therefore \angle C = \angle B = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

(١)

$$AB = AC$$

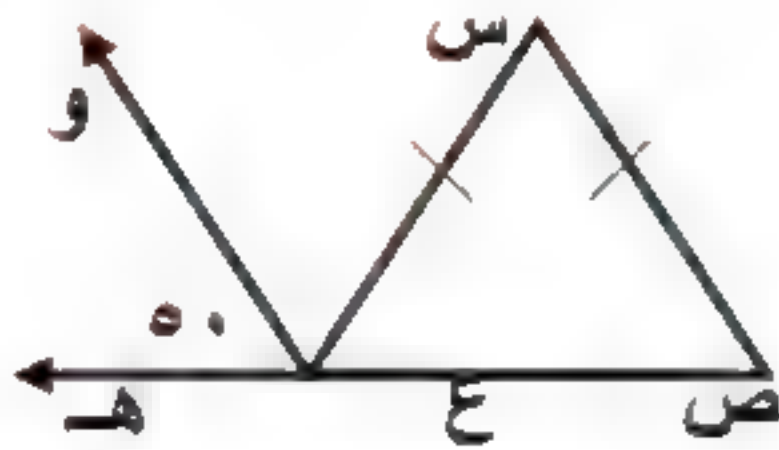
$$\therefore \angle C = \angle B = 70^\circ$$

مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = 180°

$$\therefore \angle A = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

في الشكل المقابل

ص س // ع و ، $CS = SE$ ، أوجد قياسات زوايا المثلث س ص ع



الحل

$$CS \parallel EW$$

$$\therefore \angle C = \angle W = 50^\circ \quad \text{[متناظرتان]}$$

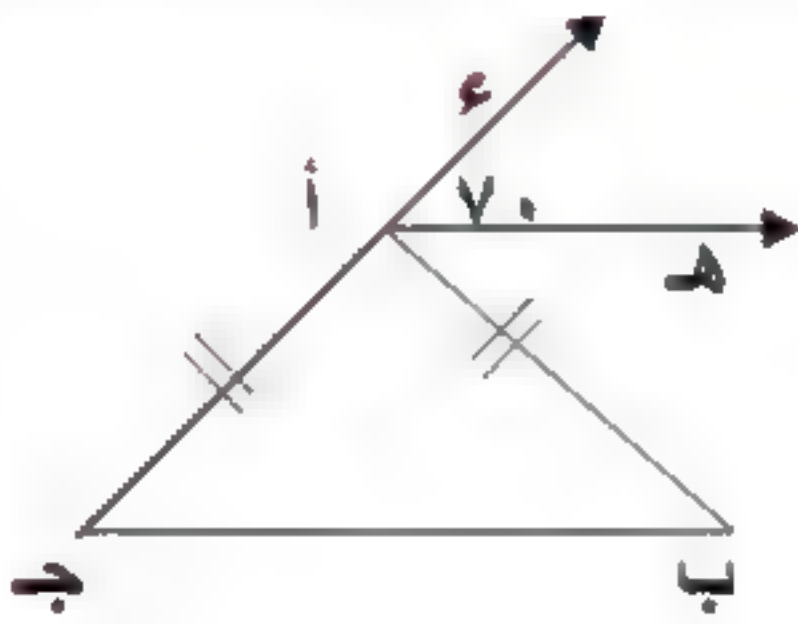
(٢)

$$CS = SE$$

$$\therefore \angle C = \angle E = 50^\circ$$

مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = 180°

$$\therefore \angle S = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$



الحل

في الشكل المقابل

أ ب = أ ج ، أ هـ // ج ب
أوجد قياسات زوايا المثلث أ ب ج

أ هـ // ج ب

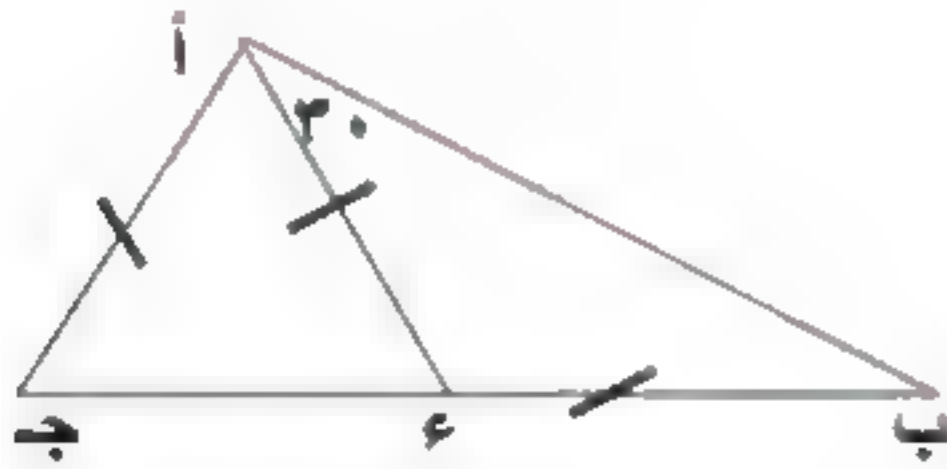
$$\therefore \text{ق (} \hat{\text{ب}} \text{)} = \text{ق (} \hat{\text{ق}} \text{)} = 70^\circ \quad (3)$$

أ ب = أ ج

$$\therefore \text{ق (} \hat{\text{ب}} \text{)} = \text{ق (} \hat{\text{ق}} \text{)} = 70^\circ$$

مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = 180

$$\therefore \text{ق (} \hat{\text{ا}} \text{)} = 180 - 140 = 40^\circ$$



الحل

في الشكل المقابل

ب ع = أ ع = أ ج

$$\text{ق (} \hat{\text{ق}} \text{)} = 30^\circ$$

أوجد ق ()

في \triangle أ ب ع

ب ع = أ ع

$$\therefore \text{ق (} \hat{\text{ب}} \text{)} = \text{ق (} \hat{\text{ق}} \text{)} = 30^\circ$$

مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = 180

$$\therefore \text{ق (} \hat{\text{ا}} \text{)} = 180 - 60 = 120^\circ$$

$$\text{ق (} \hat{\text{ا}} \text{)} + \text{ق (} \hat{\text{ق}} \text{)} = 180^\circ$$

[منجاورتان حادتان من تقاطع مستقيمين وشعاع بدايته تقع على المستقيمين]

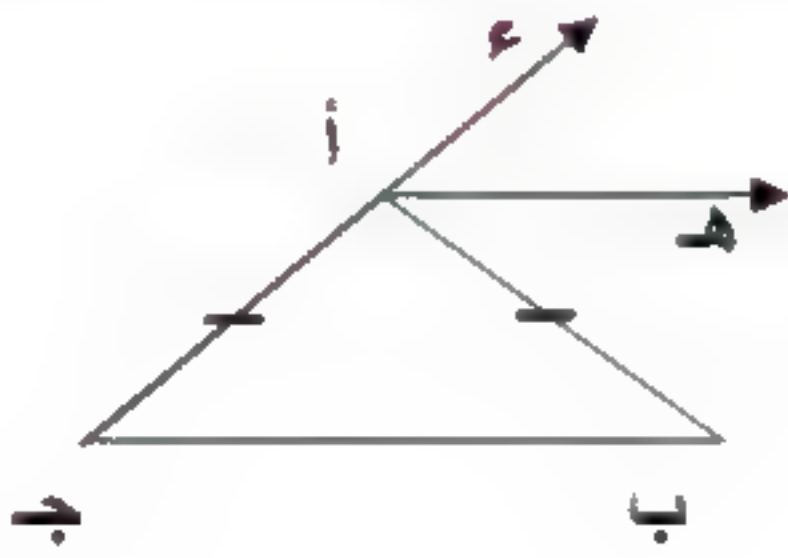
$$\therefore \text{ق (} \hat{\text{ا}} \text{)} = 180 - 120 = 60^\circ$$

في \triangle أ ع ج أ ع = أ ج

$$\therefore \text{ق (} \hat{\text{ا}} \text{)} = \text{ق (} \hat{\text{ق}} \text{)} = 80^\circ$$

مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = 180

$$\therefore \text{ق (} \hat{\text{ا}} \text{)} = 180 - 160 = 20^\circ$$



في الشكل المقابل

$AB = AC$ ، $AH \perp BC$
إثبت أن AH ينصف BC

الحل

$$\begin{aligned} AB &= AC \\ \therefore \angle C &= \angle B \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AH &\perp BC \\ \therefore \angle AHC &= \angle AHB \quad [\text{مناظران}] \quad (2) \end{aligned}$$

$$\therefore \angle C = \angle B \quad [\text{متبادلتان}] \quad (3)$$

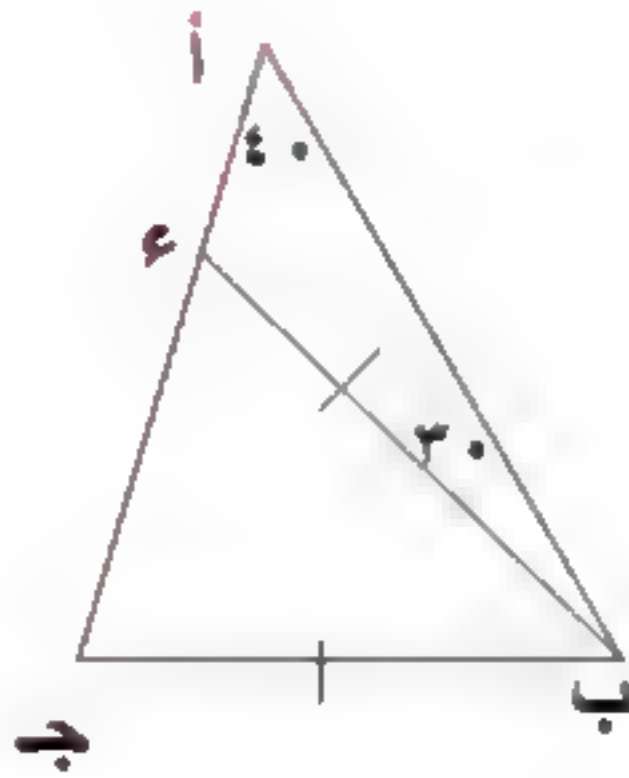
من ١ ، ٢ ، ٣ ينتج أن $\angle C = \angle B$ ، $\angle AHC = \angle AHB$

$\therefore AH$ ينصف BC

(٥)

في الشكل المقابل

$BE = CE$
إوجد $\angle C$ ، $\angle B$ ، $\angle A$



الحل

$$\angle C + \angle B + \angle A = 180^\circ$$

لأنها خارجة عن $\triangle ABC$

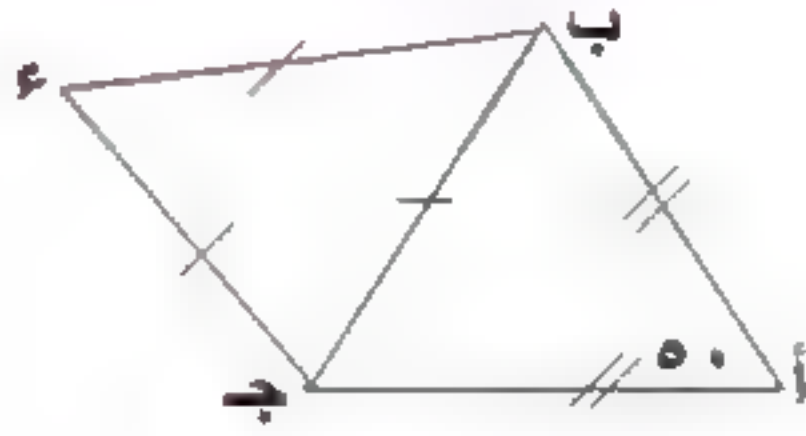
$$\therefore \angle C + \angle B = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

$BE = CE$

$$\therefore \angle C = \angle B \quad [\text{متبادلتان}]$$

$$\therefore \angle C = \angle B = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$$

(٦)



فى الشكل المقابل

ق (أ) = ٥٠ ، أ ب = أ ج
ع ب ج منساوى الاضلاع
أوجد ق (أ ب ع)

الحل

فى Δ أ ب ج
أ ب = أ ج

$$\therefore \text{ق (أ ب ج)} = \text{ق (أ ج ب)} = \frac{٥٠ - ١٨٠}{٢} = ٦٥ \quad (٧)$$

فى Δ ب ج ع

ب ج = ج ع = ع ب

$$\therefore \text{ق (ج ب ع)} = \text{ق (ب ج ع)} = \text{ق (ع ج ب)} = ٦٠$$

$$\therefore \text{ق (أ ب ع)} = ٦٥ + ٦٠ = ١٢٥$$

فى الشكل المقابل

أ ب = أ ج ، ق (أ) = ٥٥
ق (ب) = ٢٥

أحسب قياسات زوايا Δ أ ب ج

الحل

أ ب = أ ج

ق (ب) = ق (ج) = ٢٥

$$\text{مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة} = ١٨٠ \quad (٨)$$

$$\text{ق (أ)} + \text{ق (ب)} + \text{ق (ج)} = ١٨٠$$

$$٥٥ + ٢٥ + ٢٥ = ١٨٠$$

$$١٨٠ = ٩٥$$

$$٢٠ = ٩٥$$

$$\text{ق (أ)} = ٥٥ = ٢٠ \times ٢ = ١٠٠$$

$$\text{ق (ب)} = ٢٥ = ٢٠ \times ٢ = ٤٠$$

$$\text{ق (ج)} = ٢٥ = ٢٠ \times ٢ = ٤٠$$

نمارين المثلث المنساوي الساقين (٣)

أكمل ما يأتي

(١)

(١) زاويتا القاعدة في المثلث المنساوي الساقين تكونان

(١)

(٢) قياس كل زاوية من زوايا المثلث المنساوي الأضلاع داخلة =

(٢)

(١) كل من زاويتا القاعدة في المثلث المنساوي الساقين تكون

(١)

زاوية الرأس في المثلث

المنساوي الساقين قد تكون

(٢)

..... أو أو

في Δ أ ب ج إذا كان

أ ب = أ ج , ق (أ) = ٨٠ °

(٣)

فإن ق (ب) = ق (ج) = ... °

قياس كل زاوية من زوايا المثلث المنساوي الأضلاع الخارجة

=

(٣)

في Δ أ ب ج إذا كان

ق (أ) = ق (ب) = ق (ج) فإن

(٤)

 Δ يكون الأضلاع Δ أ ب ج فيه أ ب = أ ج فإن ق (أ) = ق (ب)

(٤)

في Δ س ص ع إذا كان

س ص = ص ع = ع س فإن ق (س)

(٥)

الداخلية =

في المثلث المنساوي الساقين إذا كان إحدى زاويتي القاعدة = ٤٠ °

فإن قياس زاوية القاعدة الأخرى

=

(٥)

في Δ أ ب ج قائم الزاوية في أ ,

أ ب = أ ج فإن ق (ب) = ... °

(٦)

(١) في مثلث منساوي الساقين إذا

كانت قياس زاوية رأسه = ١٠٠ °

فإن قياس زاوية قاعدته = ... °

(٦)

في المثلث المنساوي الساقين إذا كانت قياس إحدى زاويتي القاعدة

= ٤٠ ° فإن قياس زاوية الرأس

=

(٧)

قياس الزاوية الخارجة عند قاعدة

المثلث المنساوي الساقين تكون

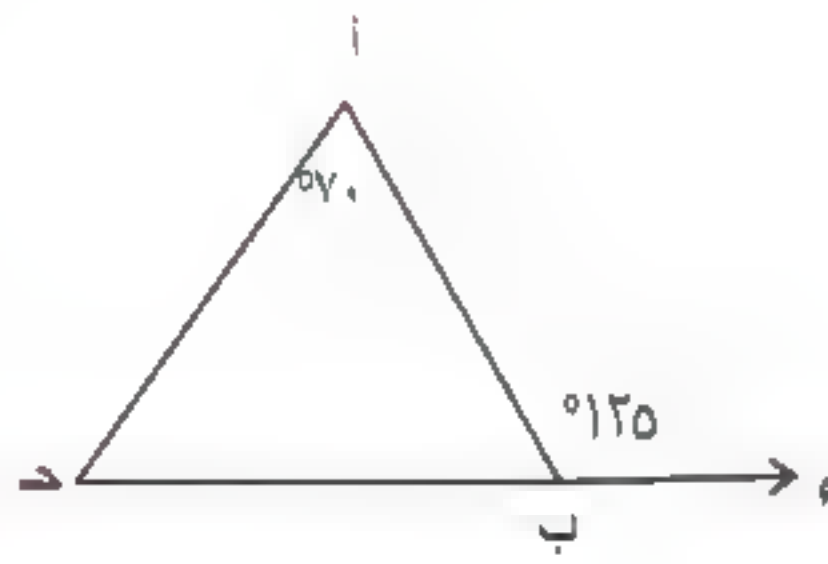
(٧)

.....



أسئلة مقالية

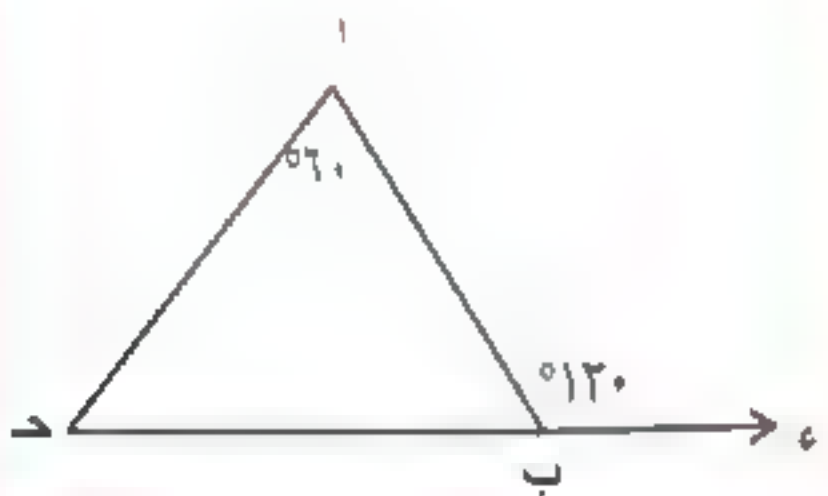
في الشكل المقابل



(١) أثبت أن المثلث Δ ب ج منساوي الساقين

إذا كانت $\hat{A} = 70^\circ$, \hat{B} الخارجة $= 125^\circ$

في الشكل المقابل



(٢) $\hat{A} = 60^\circ$, \hat{B} $= 120^\circ$

اثبت أن Δ أ ب ج منساوي الأضلاع

في الشكل المقابل

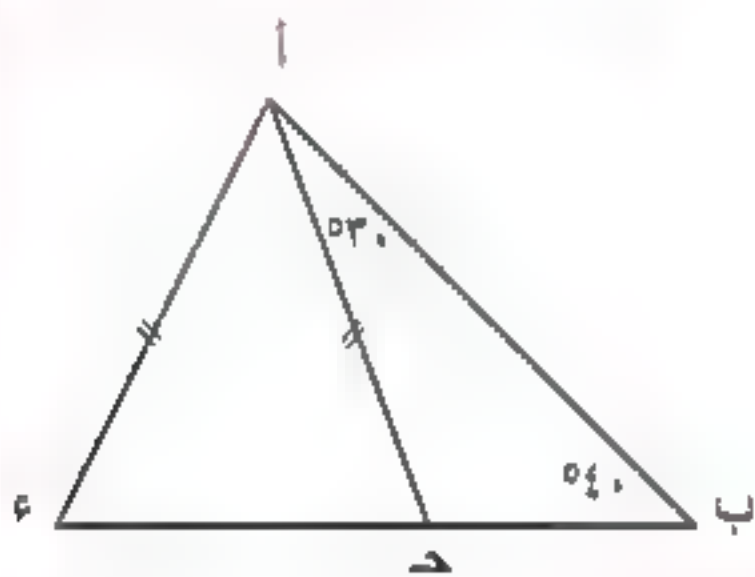


(٣) Δ أ ب ج $AB = AC$, $\hat{A} = 40^\circ$

أوجد (١) \hat{B}

(٢) اثبت أن $(\hat{A} = \hat{B})$

في الشكل المقابل

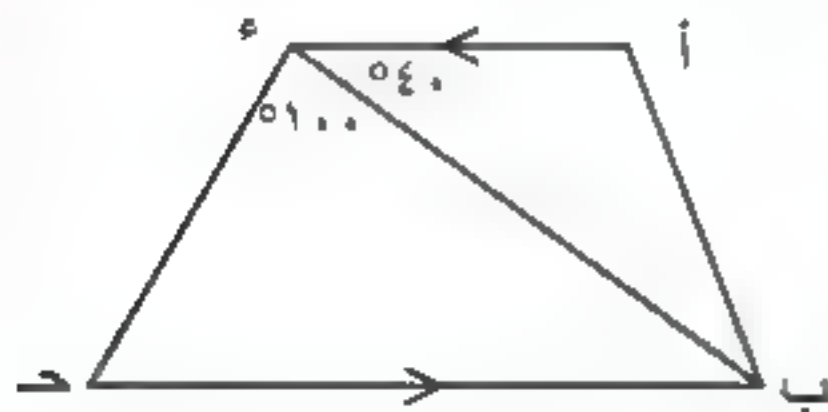


(٤) $\hat{A} = 30^\circ$, $\hat{B} = 40^\circ$

أ ب = أ ج

أوجد بالبرهان (١) \hat{C} (٢) $\hat{A} = \hat{B}$

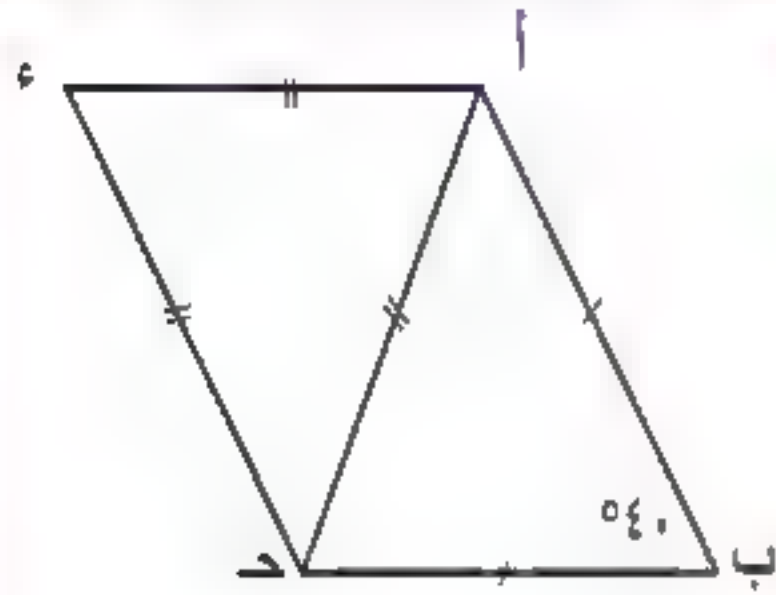
في الشكل المقابل



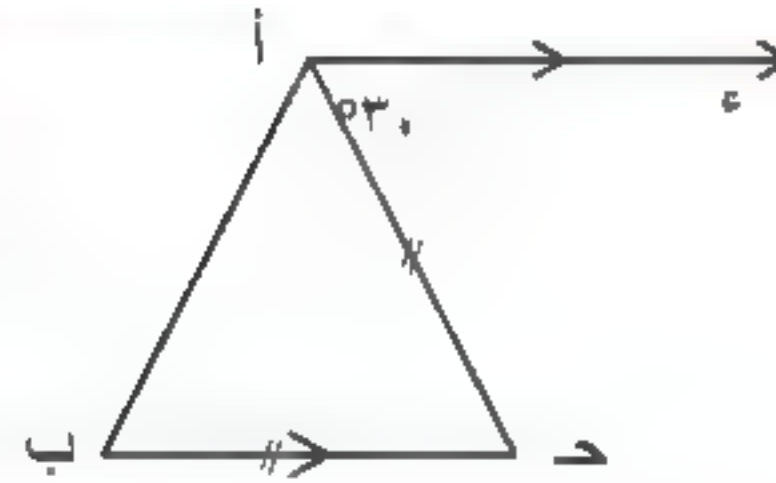
(٥) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\hat{A} = 100^\circ$, $\hat{B} = 40^\circ$

$\hat{C} = 100^\circ$

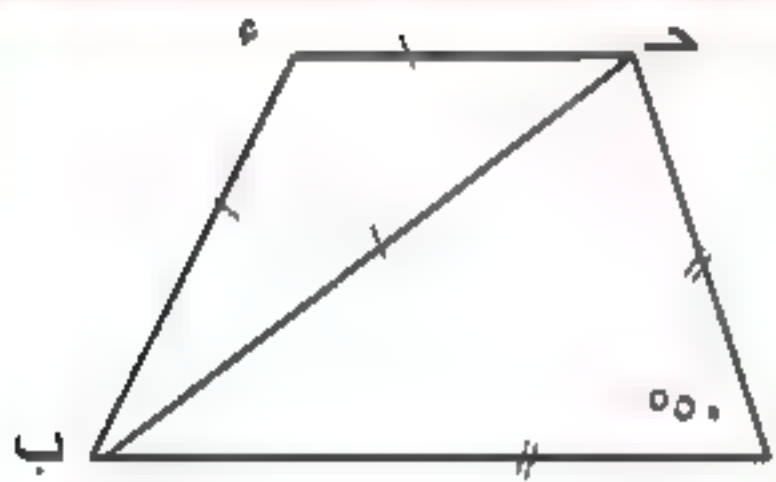
اثبت أن Δ أ ب ج منساوي الساقين



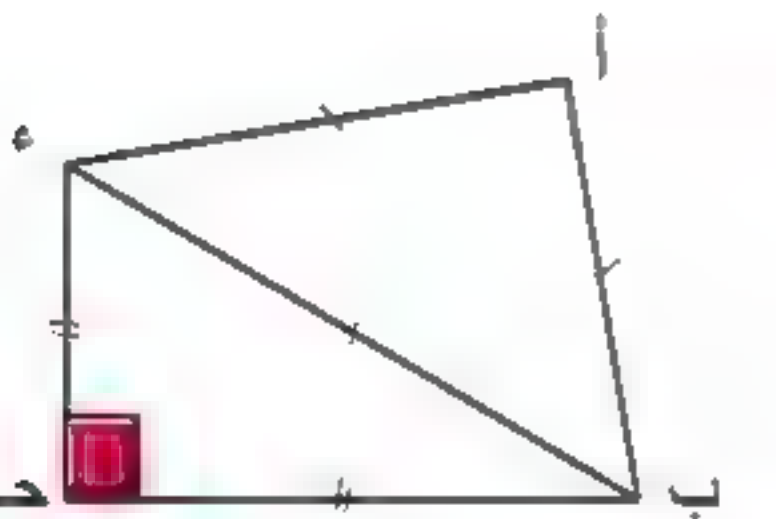
في الشكل المقابل
 أء = عء = أء = أء , أء = بء = بء
 ق (أ ب ج) = ٤٠ ° أوجد (ب أ ع)



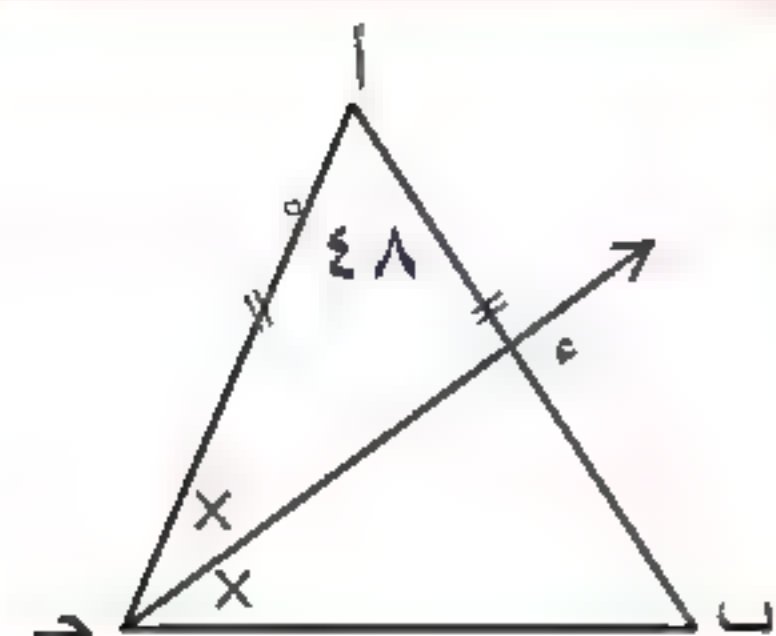
في الشكل المقابل
 أء // بء , (أء ج) = ٣٠ °
 أء = بء = بء أوجد قياسات زوايا Δ أ ب ج



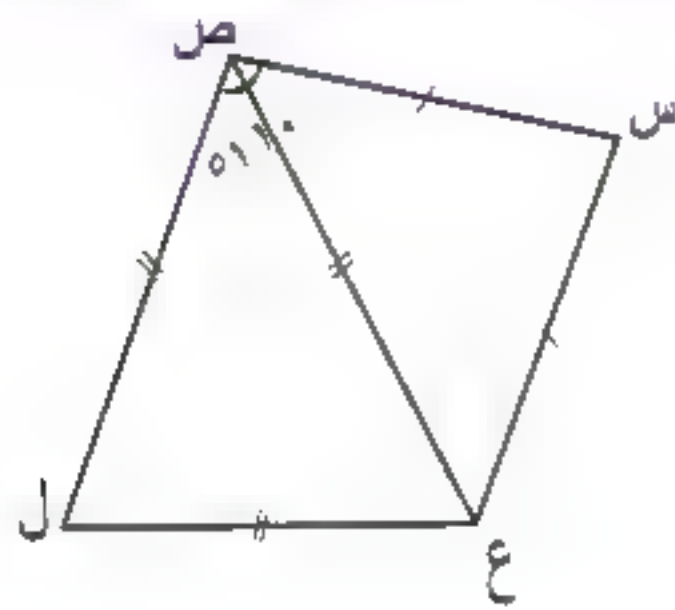
في الشكل المقابل
 ق (أ) = ٥٠ ° , أء = أء
 Δ بء ج منساوي الأضلاع أوجد ق (أ ب ع)



في الشكل المقابل
 أ بء مثلث منساوي الأضلاع بء ج = جء ,
 ق (ج) = ٩٠ ° أوجد بالبرهان ق (أ ب ج)



في الشكل المقابل
 أ بء = أء , ق (ب أ ج) = ٤٨ °
 جء ينصف (ب ج) ويقطع أ ب في ع
 أوجد (أ) ق (ب) (٢) ق (ب ج ع)

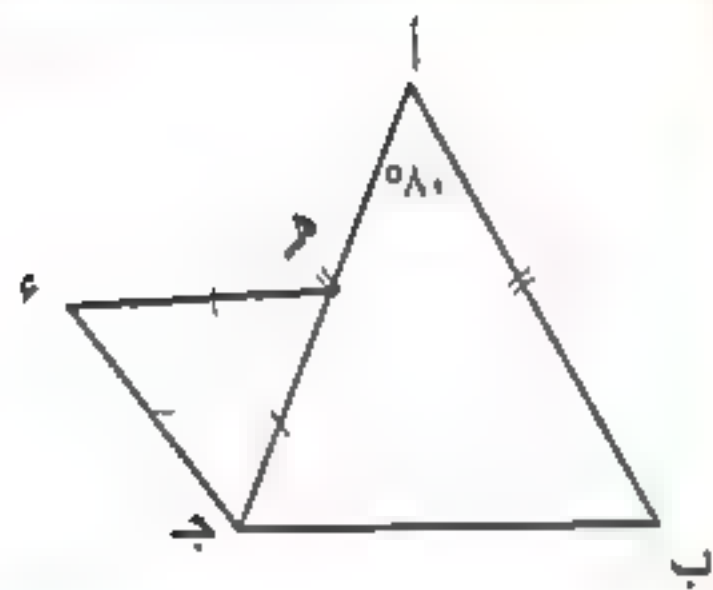


فی الشكل المقابل

س ص = س ع , ص ع = ل ع = ص ل

(۱۱) ق (س ص ل) = ۱۱۰° أوجد

(۱) ق (س ص ع) (۲) بالبرهان ق (س)

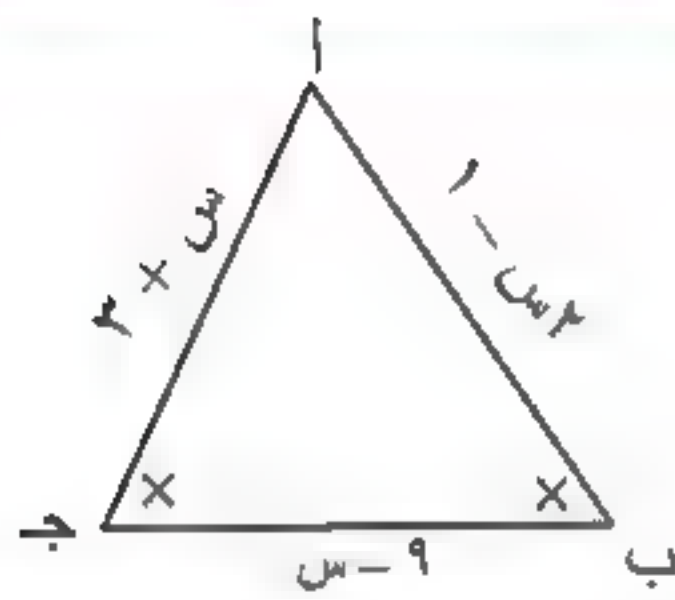


فی الشكل المقابل

(۱۲) ا ب = ا ج , ق (ب ا ج) = ۸۰°

ج ه = ه ع = ج ع أوجد بالبرهان

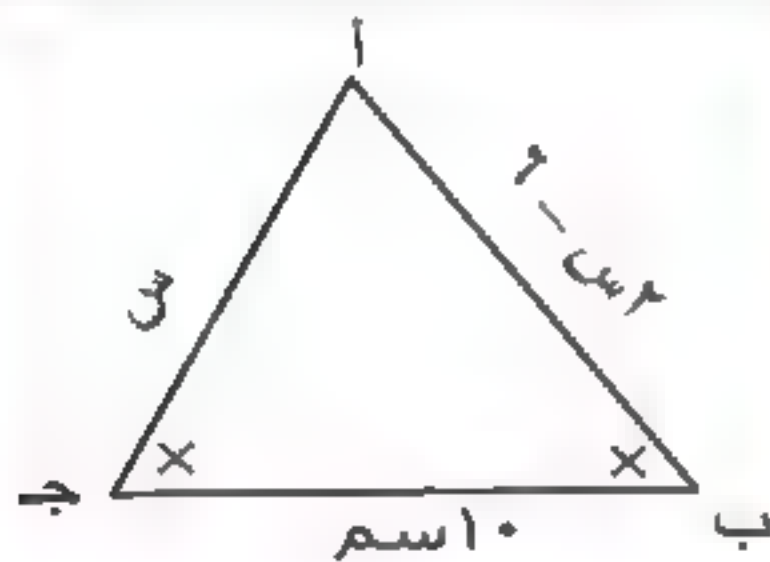
ق (ب ج ع)



فی الشكل المقابل

(۱۳) ق (ب) = ق (ج)

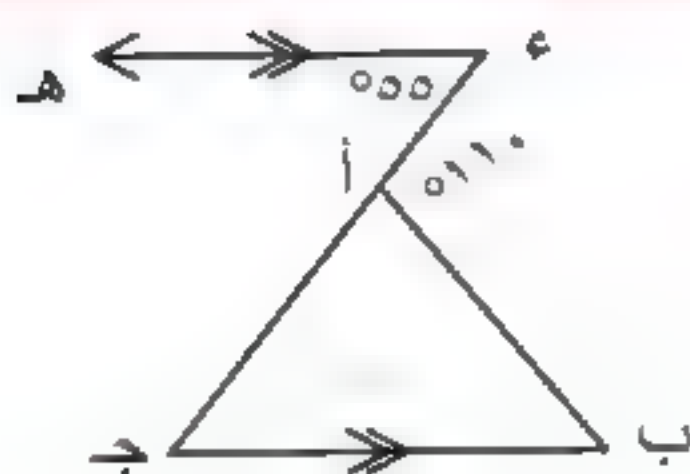
أوجد محیط Δ ا ب ج



فی الشكل المقابل

(۱۴) احسب محیط Δ ا ب ج

حيث ا ب = ا ج , ب ج = ۱۰ سم



فی الشكل المقابل

(۱۵) ا ه // ب ج , ق (ج د ه) = ۵۵° ,

ق (ب ا ع) = ۱۱۰°

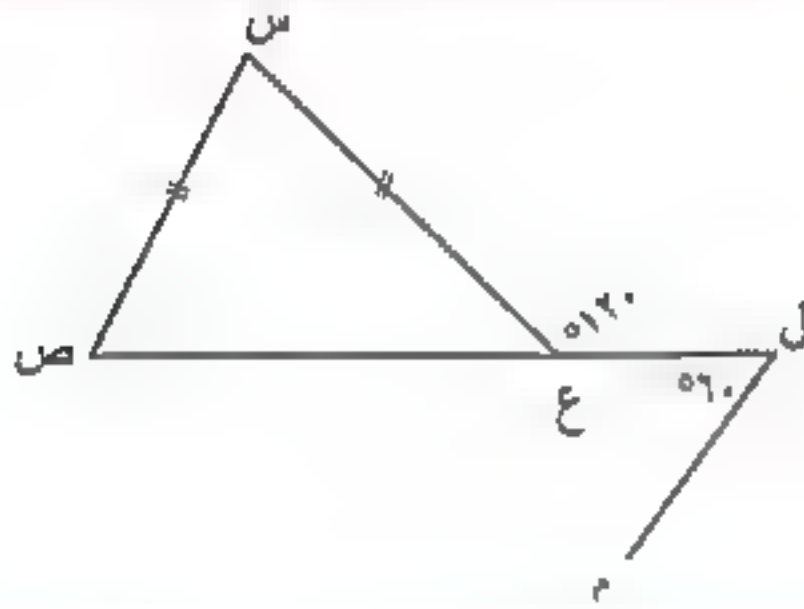
أثبت أن Δ ا ب ج منساوی الساقین



في الشكل المقابل (١٦)

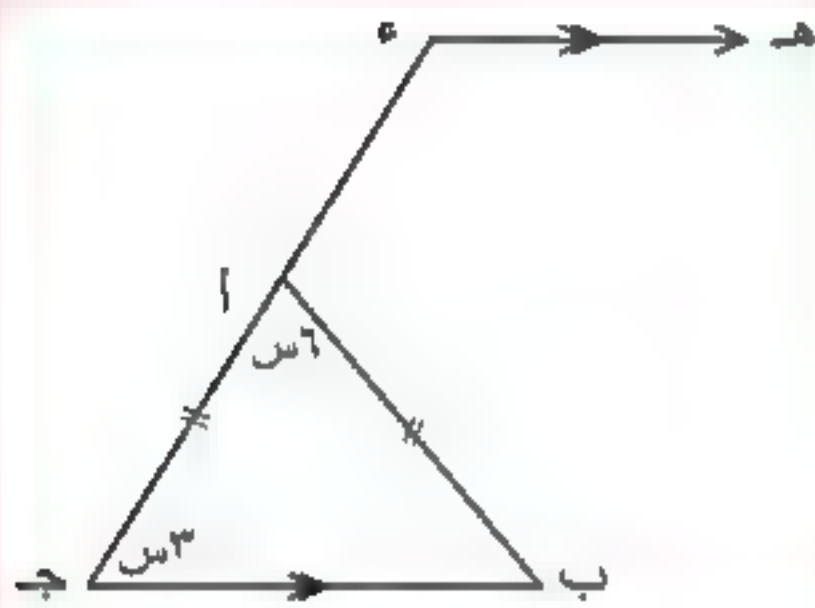
$$\angle A = \angle B = \angle C$$

أوجد محيط ΔABC



في الشكل المقابل

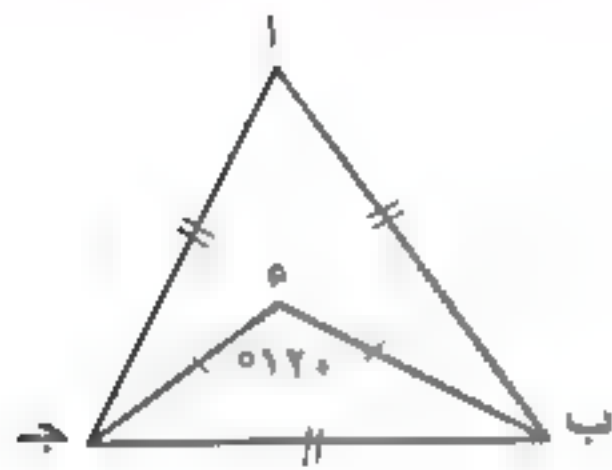
(١٧) $\angle A = 120^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = ?$
 أوجد $\angle C$ ، $\angle A = 120^\circ$ ، $\angle B = 60^\circ$
 ق ($\angle C$) = 60° أثبت $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$



في الشكل المقابل

(١٨) $\angle A = 120^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = ?$
 ق ($\angle C$) = 60° أثبت $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
 أوجد بالبرهان

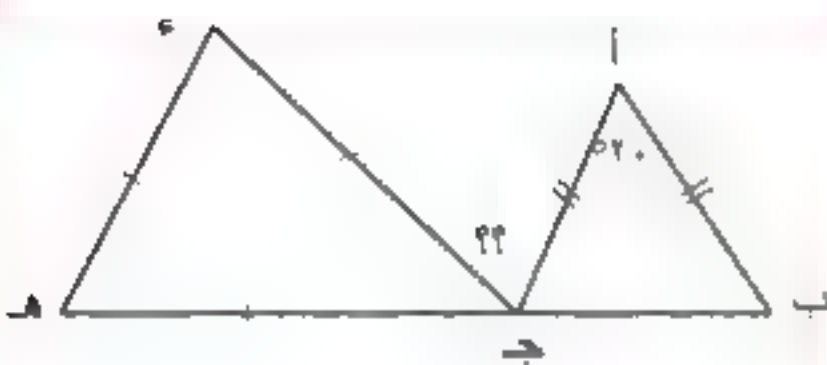
(١) قيمة $\angle C$ (٢) ق ($\angle C$) (٣) ق ($\angle C$)



في الشكل المقابل

(١٩) $\angle A = 120^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = ?$
 ق ($\angle C$) = 60° أثبت $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

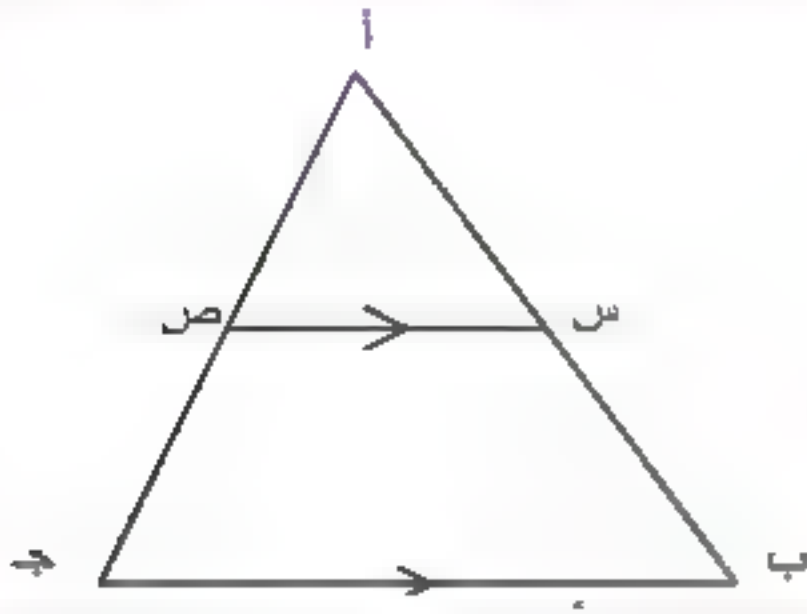
أوجد ق ($\angle C$)



(٢٠) من معطيات الشكل $\angle A = 120^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = ?$
 ق ($\angle C$) = 60° أثبت $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

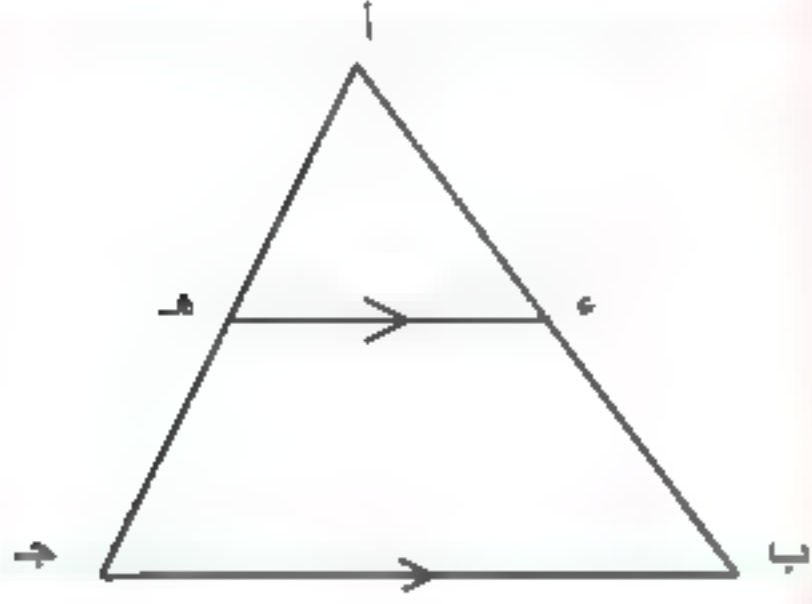


في الشكل المقابل



- (٢١) $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$
 (١) أثبت أن ΔADE منساوي الساقين
 (٢) أثبت أن $DE = BC$

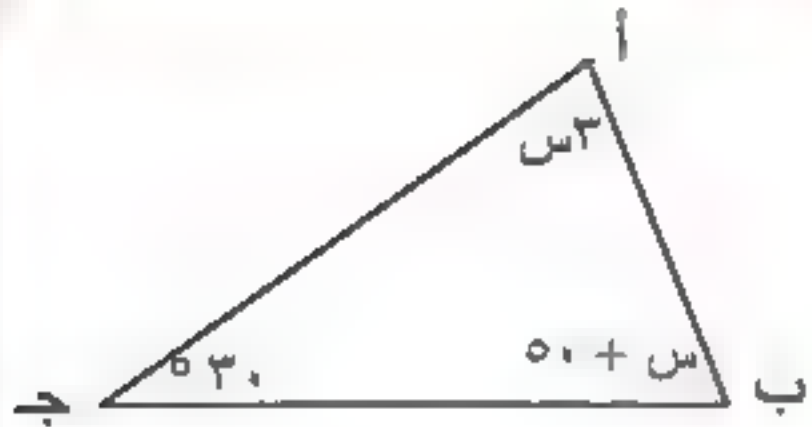
في الشكل المقابل



- (٢٢) $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$
 (١) أثبت أن ΔADE منساوي الساقين
 (٢) أثبت أن $DE = BC$

- أب ج مثلث فيه $E \in \overline{AB}$, $H \in \overline{BC}$ بحيث $BE = EH$
 (٢٣) فإذا كان $\overline{EH} \parallel \overline{AC}$ أثبت أن $AB = BC$

اذكر الضلعان المتساويان في ΔABC من معطيات الشكل



(٢٤)



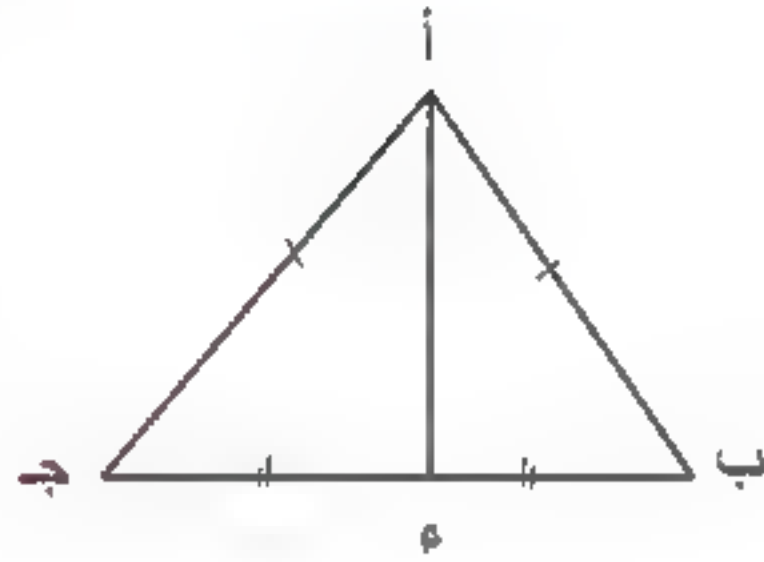
نتائج على نظريات المثلث المنساوي الساقين

الدرس الرابع

نتيجة ١

منوسط المثلث المنساوي الساقين المرسوم من الرأس ينصف زاوية الرأس ويكون عمودياً على القاعدة

ففي الشكل المقابل



إذا كان $AB = AC$ ، \overline{AD} منوسط
فإن

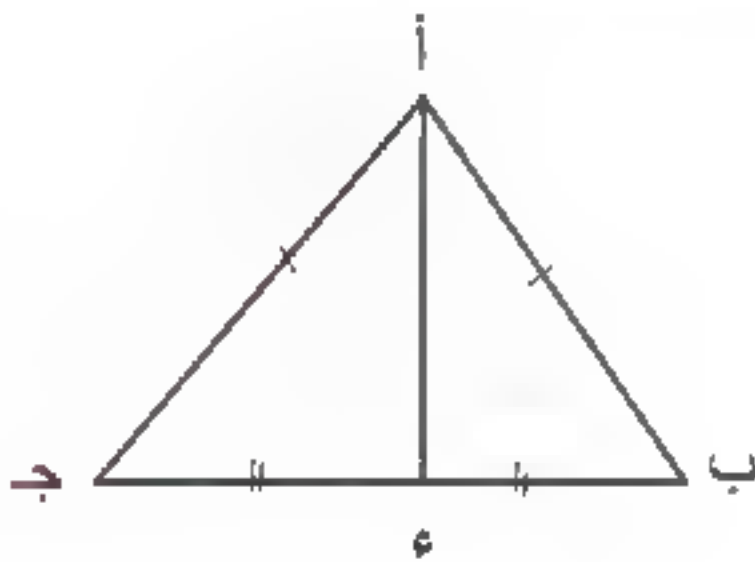
$$(1) \quad \widehat{A} \text{ ينصف } (\widehat{B} \text{ } \widehat{C}) \text{ أي أن } \widehat{B} = \widehat{C} \quad \text{ق (جـ أـ)}$$

$$(2) \quad \overline{AD} \perp \overline{BC}$$

نتيجة ٢

منصف زاوية الرأس في المثلث المنساوي الساقين ينصف القاعدة ويكون عمودياً عليها

ففي الشكل المقابل



إذا كان $AB = AC$ ،

\overline{AD} ينصف $(\widehat{B} \text{ } \widehat{C})$ فإن

$$(1) \quad \widehat{A} \text{ منصف } \widehat{B} \text{ } \widehat{C} \text{ أي أن } \widehat{B} = \widehat{C}$$

$$(2) \quad \overline{AD} \perp \overline{BC}$$



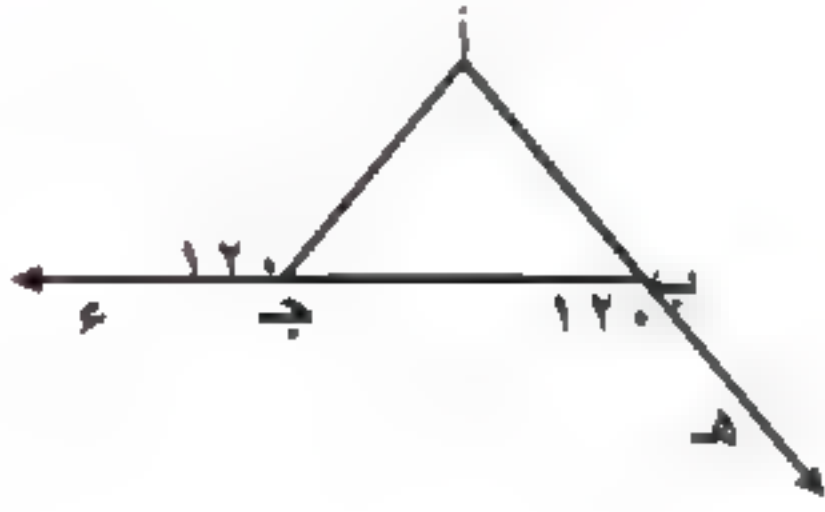
نتيجة ٣

المستقيم المرسوم من رأس مثلث متساوي الساقين عمودياً على القاعدة ينصف
كلًا من القاعدة وزاوية الرأس
محور تماثل القطعة المستقيمة :- هو المستقيم العمودي على القطعة المستقيمة
من منتصفها .

خاصية

- أي نقطة على محور تماثل قطعة مستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفيها
- عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الأضلاع ٣
- عدد محاور تماثل المثلث المتساوي الساقين ١
- عدد محاور تماثل المثلث المختلف الأضلاع صفر
- المربع له ٤ محاور تماثل
- المستطيل له ٢ محور تماثل
- متوازي الأضلاع ليس له محاور تماثل
- شبه المنحرف المتساوي الساقين له محور واحد
- مثلث متساوي الساقين وإحدى زواياه 60° فإن عدد محاور تماثله = ٣ محاور
- عدد متوسطات المثلث المتساوي الأضلاع أو المتساوي الساقين أو مختلف الأضلاع ٣ متوسطات

أمثلة



فی الشكل المقابل
إثبت أن Δ أ ب ج منساوی الاضلاع

الحل

$$\text{ق (أ ب ج)} + \text{ق (هـ ب ج)} = 180$$

$$\text{ق (أ ب ج)} = 180 - 120 = 60$$

$$\text{ق (أ ج ب)} + \text{ق (أ ج ع)} = 180$$

$$\text{ق (أ ج ب)} = 180 - 120 = 60$$

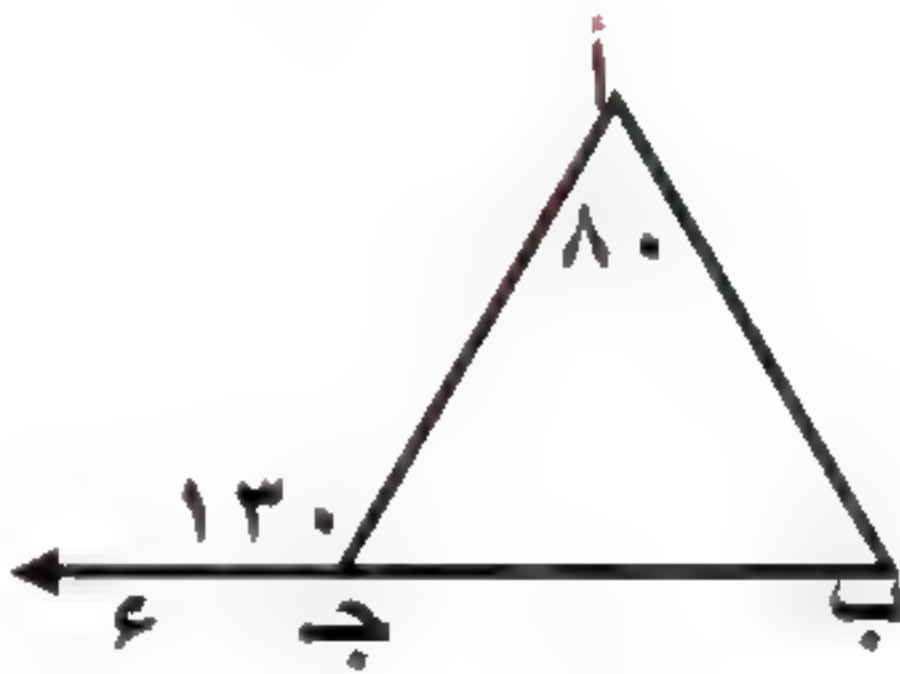
مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = 180

$$\text{ق (أ)} = 180 - [60 + 60] = 60$$

$$\text{ق (أ)} = \text{ق (أ ب ج)} = \text{ق (أ ج ب)}$$

Δ أ ب ج منساوی الاضلاع

(1)



فی الشكل المقابل
إثبت أن المثلث أ ب ج
منساوی الساقین

الحل

$$\text{ق (أ ج ب)} + \text{ق (أ ج ع)} = 180$$

[منجاورنان حادثان من تقاطع شعاع ومسئقین]

$$\text{ق (أ ج ب)} = 180 - 130 = 50$$

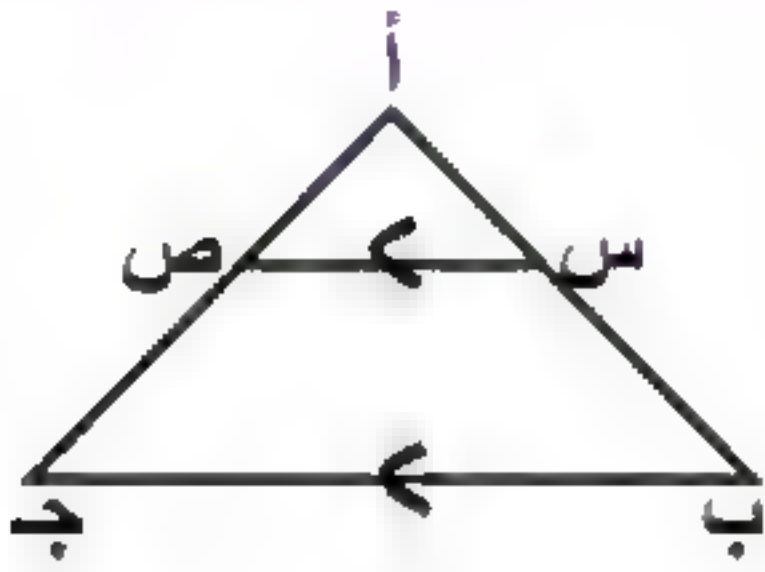
مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = 180

$$\text{ق (ب)} = 180 - [50 + 80] = 50$$

$$\text{ق (ب)} = \text{ق (أ ج ب)}$$

\therefore أ ب = ب ج [المثلث منساوی الساقین]

(2)



فی الشكل المقابل
 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ، $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$
 أثبت أن $\triangle ADE$ منساوی الساقین
الحل

فی $\triangle ADE$ $\overline{AD} = \overline{AE}$
 $\overline{AB} = \overline{AC}$

(۱)

$\therefore \angle ADE = \angle AED$
 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

(۳)

[بالتناظر]

$\therefore \angle ADE = \angle AED$

[بالتناظر]

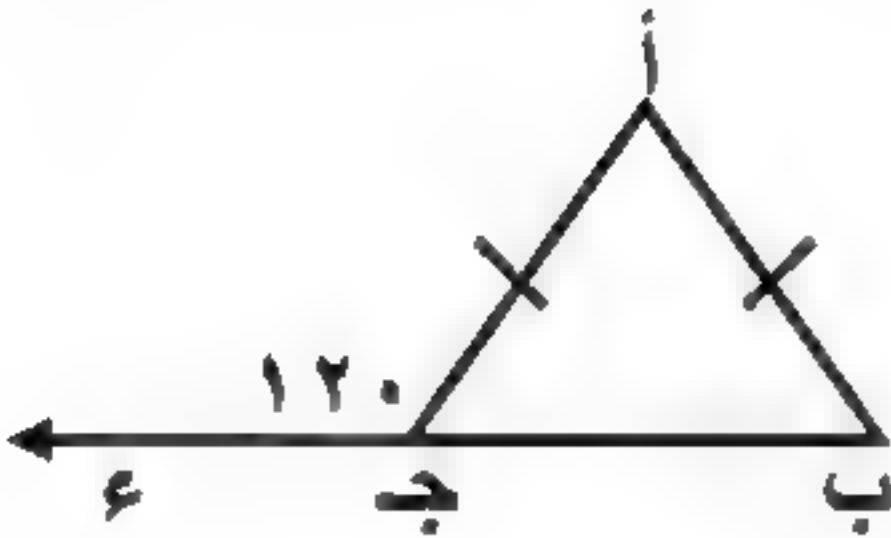
$\therefore \angle ADE = \angle AED$
 من ۱، ۲، ۳ ینتج أن

$\angle ADE = \angle AED$
 $\therefore \triangle ADE$ منساوی الساقین

فی الشكل المقابل

إثبت أن $\triangle ABC$ منساوی الاضلاع

الحل



$\angle ADE = \angle AED$

$\therefore \angle ADE = \angle AED$

فی $\triangle ABC$ $\overline{AB} = \overline{AC}$

$\therefore \angle B = \angle C$

(۴)

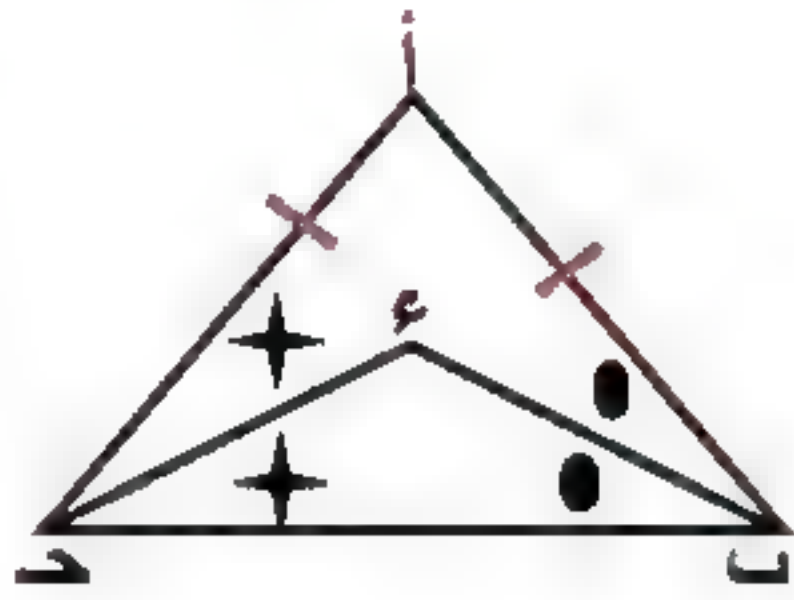
$\therefore \angle B = \angle C$

مجموع زوايا المثلث = ۱۸۰

$\therefore \angle B = \angle C$

$\angle B = \angle C$

$\therefore \triangle ABC$ منساوی الاضلاع



في الشكل المقابل $AB = AC$

ب \rightarrow ينصف $AB > AC$

ج \rightarrow ينصف $AB > AC$

إثبت أن $\triangle ABC$ منساوي الساقين

الحل

$AB = AC$

(1)

$\angle B = \angle C$

ب \rightarrow ينصف $AB = AC$

(2)

$\angle B = \angle C$

ج \rightarrow ينصف $AB = AC$

(3)

$\angle B = \angle C$

من 1، 2، 3 ينتج أن

$\angle B = \angle C$

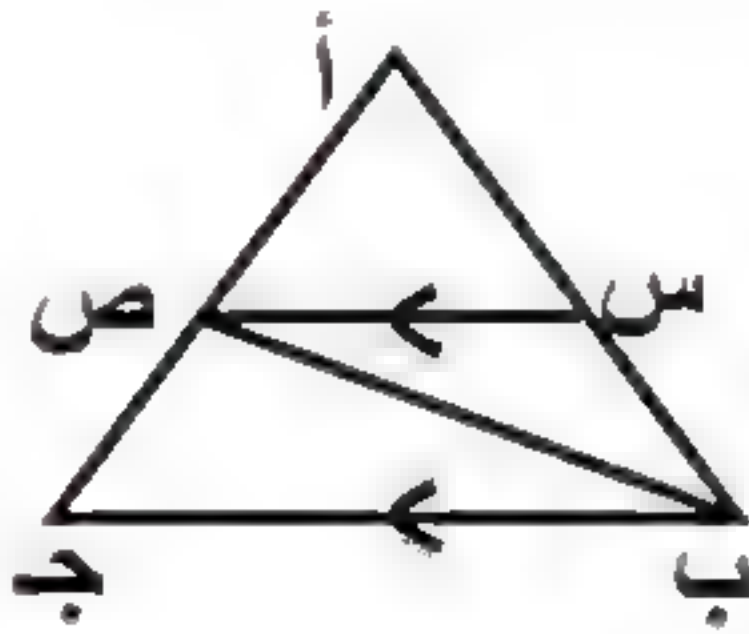
$\triangle ABC$ منساوي الساقين

في الشكل المقابل

$BC \parallel DE$

ب \rightarrow ينصف $(AB = AC)$

إثبت أن $\triangle ABC$ منساوي الساقين



الحل

$BC \parallel DE$

(1)

$\angle B = \angle C$

ب \rightarrow ينصف $AB > AC$

(2)

$\angle B = \angle C$

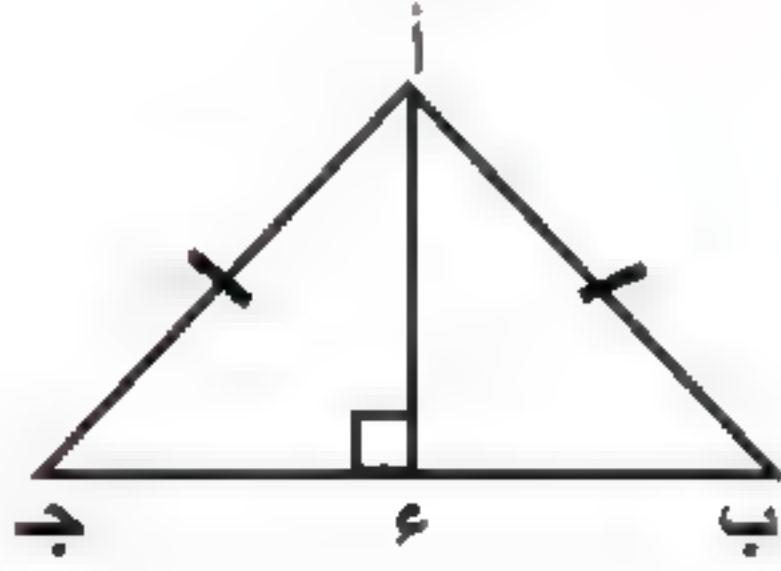
من 1، 2 ينتج أن

$\angle B = \angle C$

$\triangle ABC$ منساوي الساقين

أمثلة

فی الشكل المقابل



أب = أج ، ق (ب أ ع) = ٢٥
 أ ع ⊥ ب ج ، ب ج = ١ سم
 أوجد

(١) طول ع ج (٢) ق (أ ج ب)

الحل

أب = أج ، أ ع ⊥ ب ج
 أ ع متوسط (١)

ب ع = ع ج = ١ سم

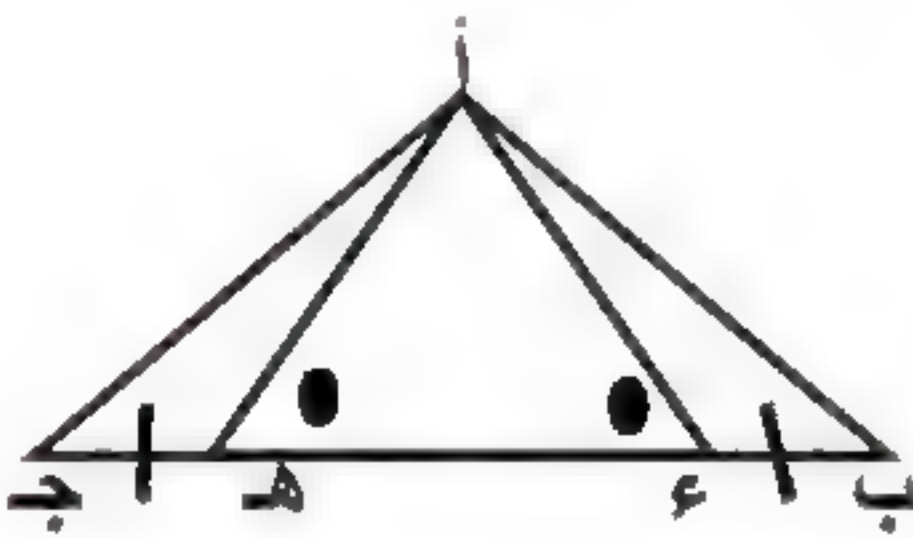
أ ع ينصف (ب أ ج)

ق (ب أ ع) = ق (ج أ ع) = ٢٥
 مجموع قياسات زوايا Δ أ ع ج = ١٨٠

ق (ج) = ١٨٠ - [٢٥ + ٩٠] = ٦٥

فی الشكل المقابل ب ع = هـ ج ، ق (أ هـ) = ق (أ هـ)
 إثبت أن Δ أ ب ج منساوی الساقین

الحل



ق (أ هـ) = ق (أ هـ)
 أ هـ = أ هـ

ق (أ ب هـ) = ق (أ ح هـ)
 [مکملات الزوايا المنساوية تكون منساوية] (٢)

Δ أ ب هـ ، Δ أ ح هـ

ب هـ = ح هـ

أ هـ = أ هـ فيهما

ق (أ ب هـ) = ق (أ ح هـ)

Δ أ ب هـ ≡ Δ أ ح هـ

Δ أ ب ج منساوی الساقین

أ ب = أ ح



نمارین نتائج على نظريات المثلث المنساوى الساقين (٤)

أكمل ما يانى

(١)

عدد محاور تماثل المثلث المنساوى
الأضلاع

(١)

(١)

إذا كان Δ أ ب ج له محور تماثل
واحد وفيه ق (أ ب ج) = 120°
فإن ق (أ) =

عدد محاور تماثل المثلث المختلف
الأضلاع

(٢)

(٢)

إذا كان Δ س ص ع له محور تماثل
واحد وفيه ق (س) = 100° فإن
ق (ع) = ق (س) = ...

عدد محاور تماثل المثلث المنساوى
الساقين

(٣)

(٣)

المستقيم العمودى على القطعة
المستقيمة من منتصفها يسمى
.....

عدد متوسطات Δ منساوى الأضلاع
.....

(٤)

(٤)

المستقيم المرسوم من رأس مثلث
منساوى الساقين عموديا على
القاعدة

عدد متوسطات Δ مختلف الأضلاع
.....

(٥)

(٥)

قياس الزاوية الخارجة فى المثلث
المنساوى الأضلاع =

عدد متوسطات Δ منساوى
الساقين

(٦)

(٦)

إذا كان Δ أ ب ج فيه ق (أ)
= 50° , ق (ب) = 60° , ق (ج) = 70°
فإن عدد محاور تماثل Δ أ ب ج
=

مثلث منساوى الساقين إحدى
زواياه 60° فإن عدد محاور تماثله
.....

(٧)

(٧)

إذا كان Δ أ ب ج فيه
ق (أ) = 70° , ق (ب) = 55°
فإن عدد محاور تماثل Δ أ ب ج
=

ا ب ج مثلث متساوی الساقین
ق (ا) = 60° فإن عدد محاور
نماثل Δ ا ب ج =

(8)

محور نماثل القطعة المستقيمة هو

(8)

في Δ ا ب ج إذا كان
أب = ا ج، ق (ا) = 60° فإن عدد
محاور نماثل Δ ا ب ج =

(9)

أي نقطة و ننتمي لمحور القطعة
المستقيمة نكون على بعدين
..... من طرفها

(9)

إذا كان إحدى زوايا Δ ا ب ج
45° وكان قائم الزاوية فإن عدد
محاور نماثله هو

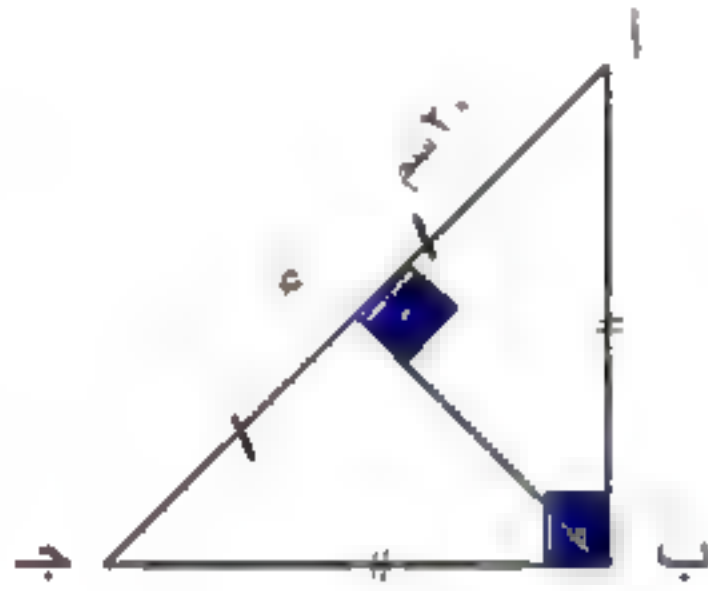
(10)

إذا كانت ج ننتمي إلى محور
نماثل القطعة ا ب فإن =

(10)

أسئلة مقالية

في الشكل المقابل

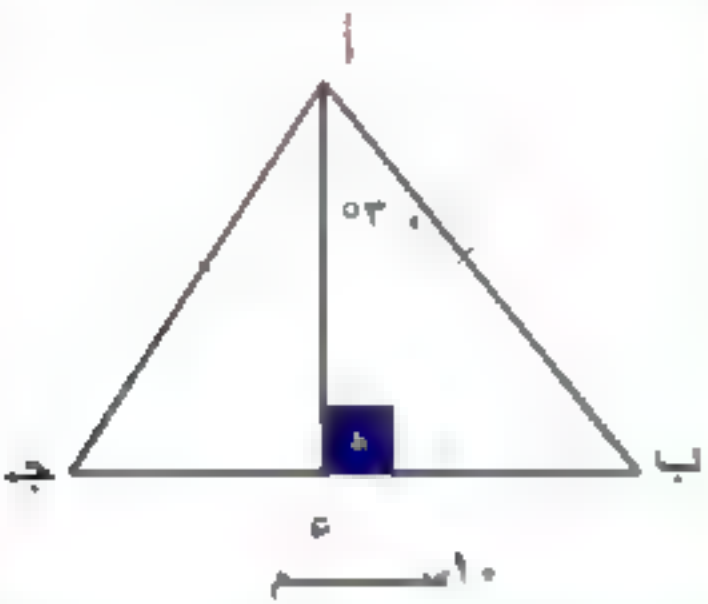


ا ب ج مثلث قائم الزاوية في ب ومتساوي الساقين
ب ع \perp ا ج ، ا ع = ب ع
١) أوجد طول ا ج

(1)

٢) ق (ا ب ج) أثبت أن Δ ب ع ج متساوي الساقين

في الشكل المقابل



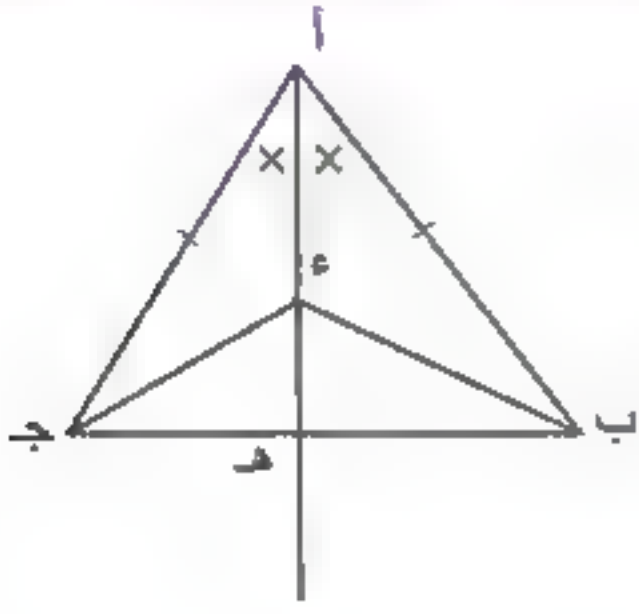
ا ب = ا ج ، ب ج = ١٠ سم ، ق (ب ا ع) = 30°
ا ع \perp ب ج أوجد
١) طول كل من ب ع ، ا ع

(2)

٢) ما هو عدد محاور نماثل المثلث ا ب ج ٣) مساحة Δ ا ب ج



فى الشكل المقابل



أ ب ج مثلث فيه أ ب = أ ج ,

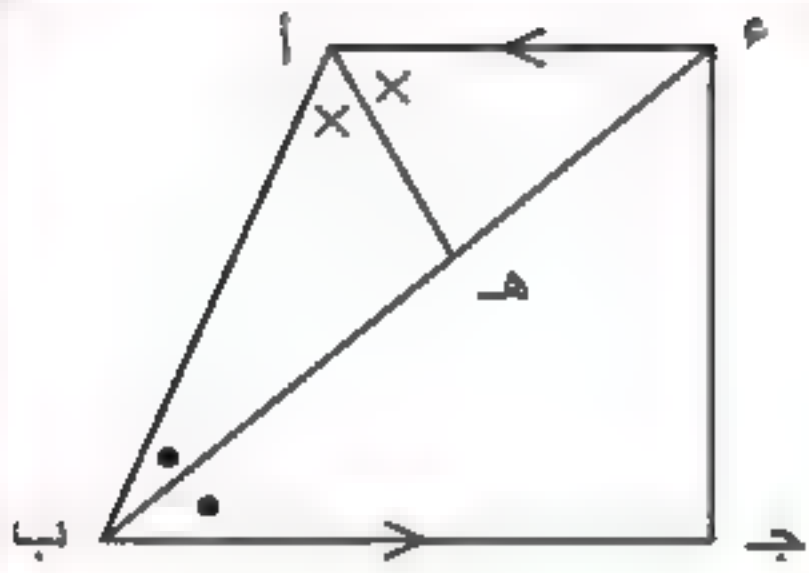
أ هـ ينصف (ب أ ج) أ هـ ∩ ب ج = { هـ } ,

(٣)

ع ∃ أ هـ برهن أن

(١) ب هـ = ½ ب ج (٢) ب ع = ج ع

فى الشكل المقابل



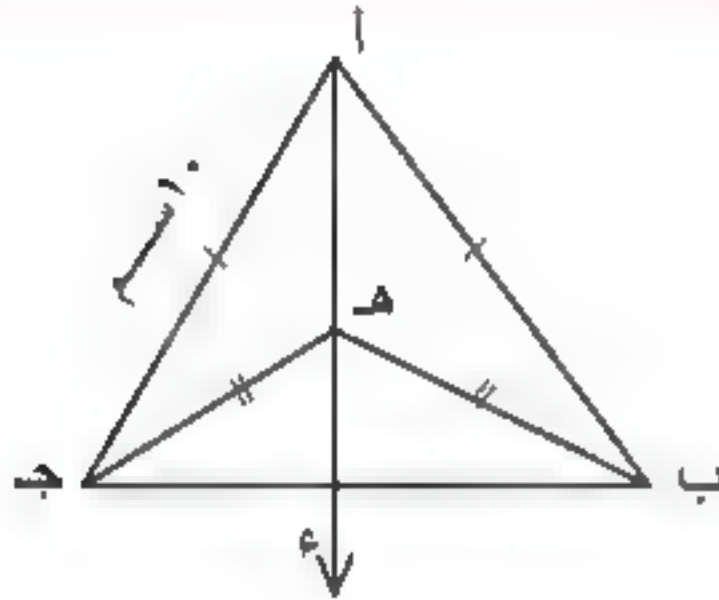
أ ب ج ع شكل رباعى فيه أ ع // ب ج ,

(٤) ب ع ينصف (أ ب ج) , أ هـ ينصف (ب أ ع)

أثبت أن

(١) أ ب = أ ع (٢) أ هـ ⊥ ب ع (٣) ب هـ = هـ ع

فى الشكل المقابل

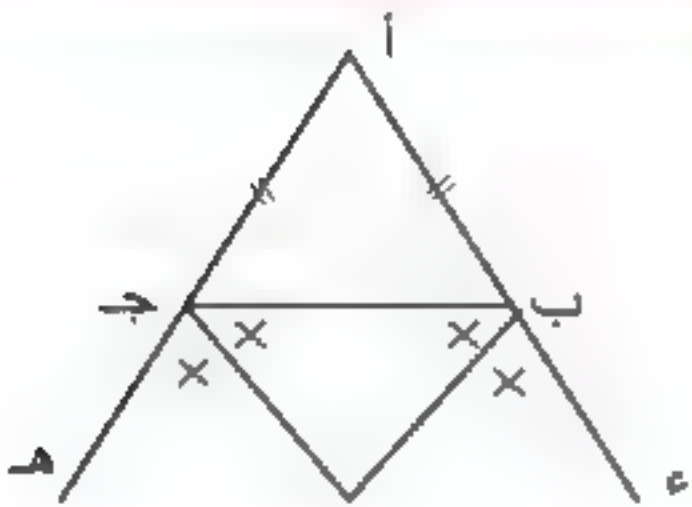


(٥) أ ب = أ ج = أ هـ = أ ع , هـ ب = هـ ج

أثبت أن ب ع = ج ع وإذا كان

ب ج = ٨ سم أوجد طول كل من ج ع , أ ع

فى الشكل المقابل



أ ب = أ ج , ع ∃ أ ب , هـ ∃ أ ج ,

ب و ينصف (ع ب ج) , ج و ينصف (ب ج هـ)

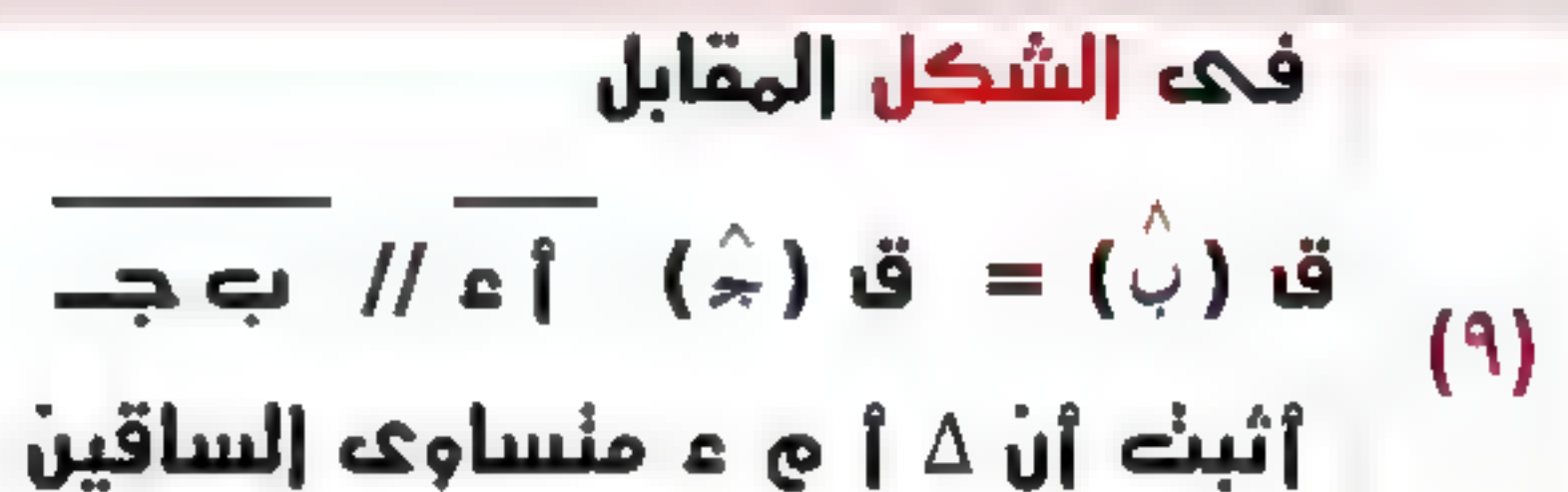
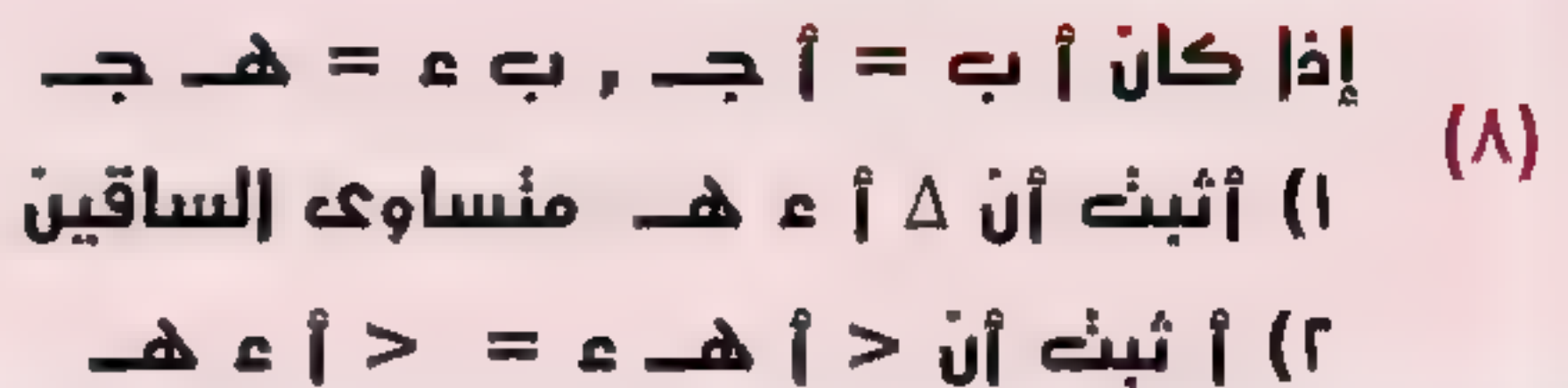
(٦)

أثبت أن

(١) Δ ب و ج منساوى الساقين (٢) أ و محور تماثل ب ج



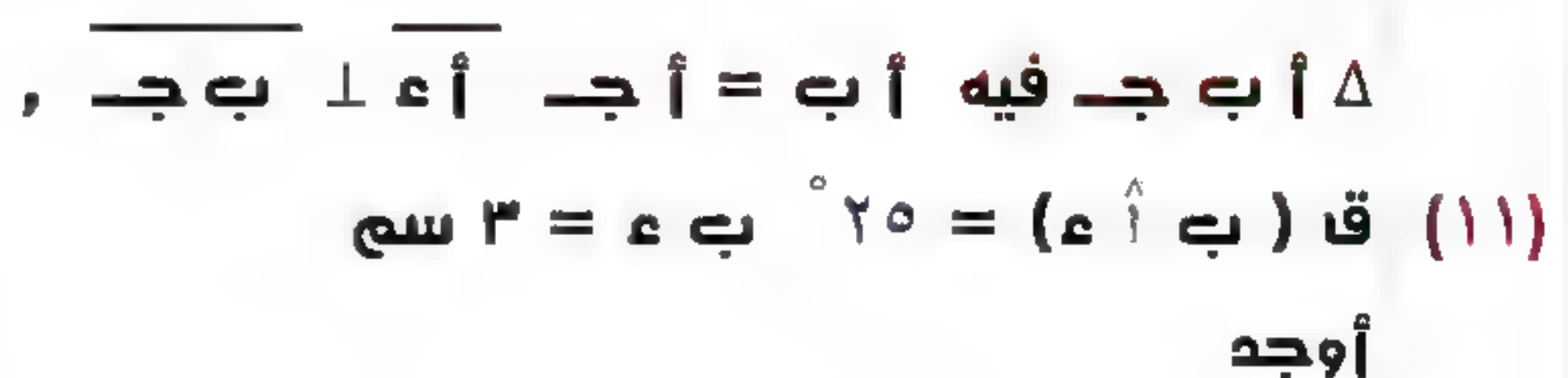
أثبتت أن Δ ع ب ج منساوى الساقين



Δ ε β ج منساوی الساقین ,

(۱۰) ا ب ج منساوی الزلجاع ق (س) = ۱۰۰°

أُوجِدُ بِالْبِرْهَانِ ق (اُ بْ ع)



أوجد

(۱) ق (ج ا ع) (۲) ق (ب) (۳) طول ع ج (۴) طول ب ج



(النباين) المقارنة بين قياسات الزوايا فى المثلث

الدرس الأول

نتيجة ١

لأى أربعة أعداد $أ, ب, ج, د$

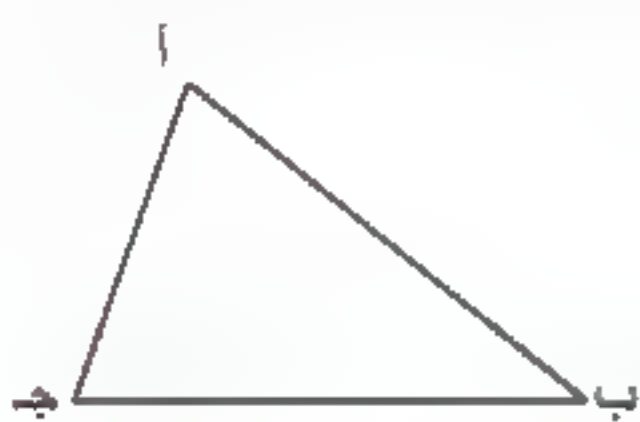
- (١) إذا كان $أ < ب$ فإن $أ + ج < ب + ج$
- (٢) إذا كان $أ < ب$ فإن $أ - ج < ب - ج$
- (٣) إذا كان $أ < ب$ فإن $أ \times ج < ب \times ج$ ← إذا كان $ج$ عدد موجب
- (٤) إذا كان $أ < ب$ فإن $أ \times ج > ب \times ج$ ← إذا كان $ج$ عدد سالب
- (٥) إذا كان $أ < ب$, $ب < ج$ فإن $أ < ج$
- (٦) إذا كان $أ < ب$, $ج < د$ فإن $أ + ج < ب + د$
- (٧) إذا كان $أ < ب$ فإن $أ - ج > ب - ج$
- (٨) إذا كان $أ < ب$ فإن $\frac{أ}{ج} > \frac{ب}{ج}$

نتيجة

قياس الزاوية الخارجة عن أى رأس من رؤوس المثلث أكبر من قياس أى زاوية
داخلية ماعدا المجاورة لها

نتيجة ٣

إذا اختلف طولا ضلعين فى مثلث فأكبرها فى الطول يقابله
زاوية أكبر فى القياس من قياس الزاوية المقابلة للآخر
ففى الشكل المقابل

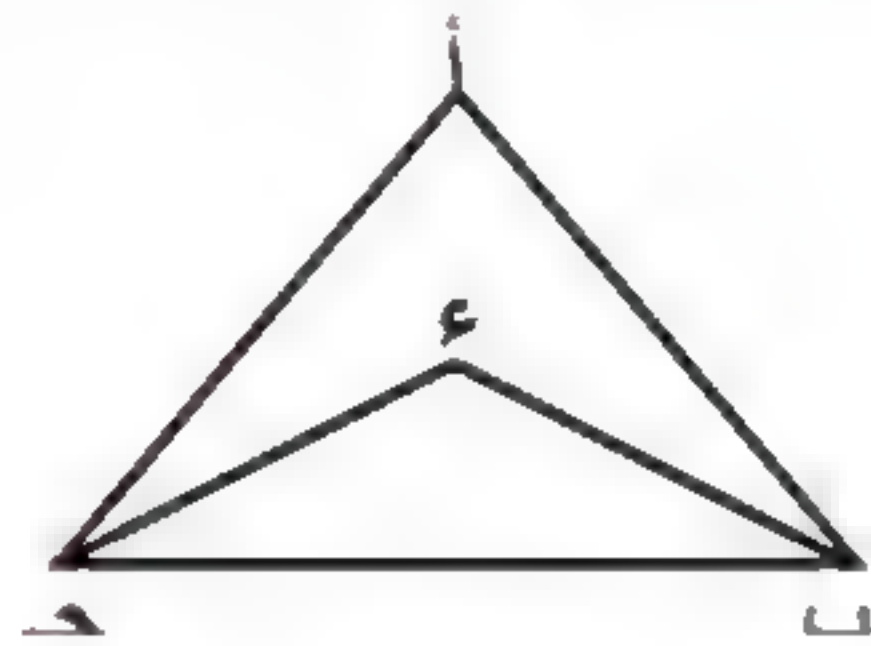


$$\because أ < ب \quad \therefore ق(ج) < ق(ب)$$

نتائج هامة

- (١) أكبر أضلاع المثلث طولاً يقابل أكبر الزوايا قياس (الزاوية أكبر من ٦٠°)
- (٢) أصغر أضلاع المثلث طولاً يقابل أصغر الزوايا قياس (الزاوية أصغر من ٦٠°)
- (٣) الوتر هو أكبر أضلاع المثلث القائم
- (٤) إذا كان $أ ب < ب ج < أ ج$
فإن $ق (أ) < ق (ب) < ق (ج)$

أمثلة



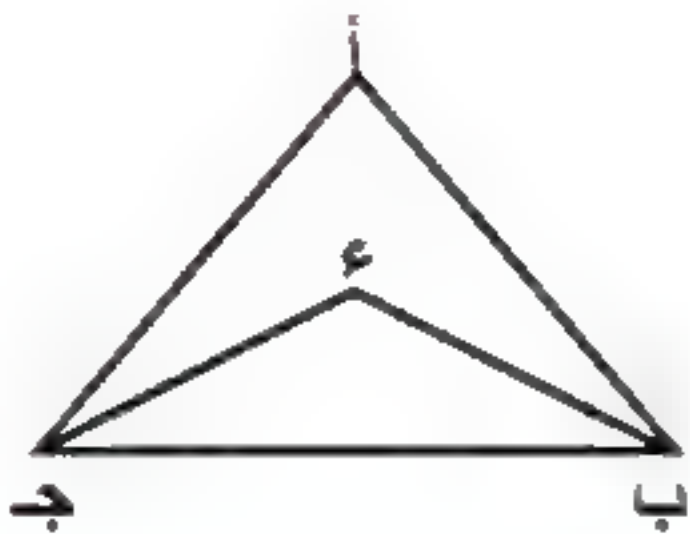
في الشكل المقابل $ق (أ ب ع) < ق (أ ج ع)$
 $ب ع = ع ج$ إثبت أن $ق (ب) < ق (ج)$
الحل

(١) $ق (أ ب ع) < ق (أ ج ع)$
 $ب ع = ع ج$

(١)

(٢) $ق (أ ب ج) = ق (أ ج ب) + ق (أ ب ع)$
 بجمع ١، ٢

$ق (أ ب ج) < ق (أ ج ب) + ق (أ ب ع)$
 $ق (ب) < ق (ج)$



في الشكل المقابل $ق (أ ب ع) < ق (أ ج ع)$
 $ق (أ ج ب) < ق (أ ب ج)$ إثبت أن $ق (ب) < ق (ج)$
الحل

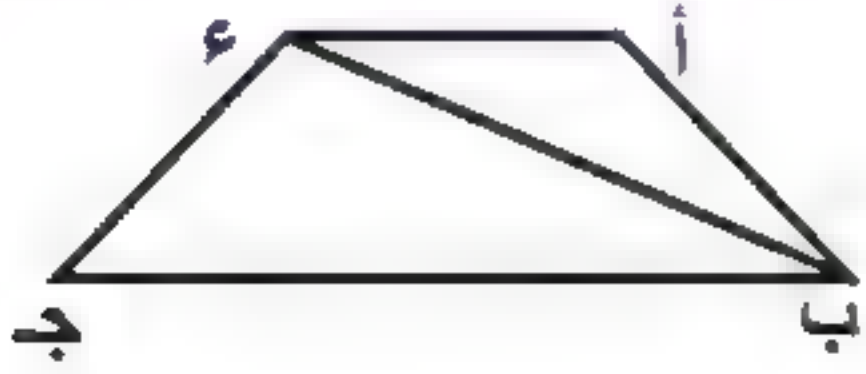
(١) $ق (أ ب ع) < ق (أ ج ع)$

(٢) $ق (أ ج ب) < ق (أ ب ج)$

(٢)

بجمع ١، ٢

$ق (أ ب ج) < ق (أ ج ب) + ق (أ ب ع)$
 $ق (ب) < ق (ج)$



في الشكل المقابل

$\angle A < \angle B$ ، $\angle B < \angle C$

إثبت أن $\angle C < \angle A$

الحل

في $\triangle ABC$

$\angle A < \angle B$

(1) $\therefore \angle C < \angle A$

في $\triangle ABC$

$\angle B < \angle C$

(2) $\therefore \angle C < \angle B$

بجمع ١ ، ٢

$\angle C < \angle A + \angle B$

$\therefore \angle C < \angle A$

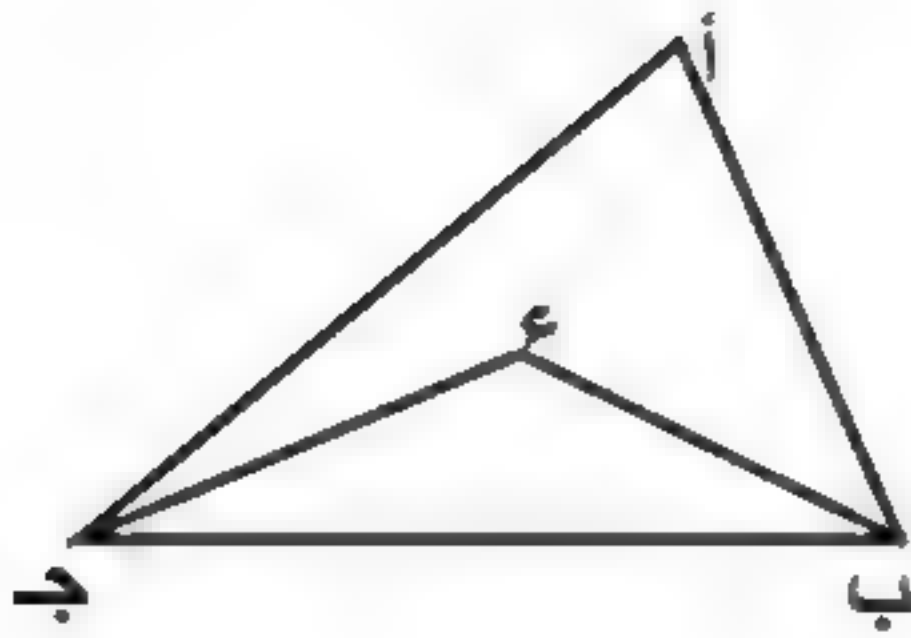
(3)

في الشكل المقابل

$\angle A < \angle B$

$\angle B = \angle C$

إثبت أن $\angle C < \angle A$



الحل

في $\triangle ABC$

$\angle A < \angle B$

(1) $\therefore \angle C < \angle A$

في $\triangle ABC$

$\angle B = \angle C$

(2) $\therefore \angle C = \angle B$

بطرح ٢ من ١

$\angle C < \angle A - \angle B$

$\therefore \angle C < \angle A$

(4)



فى الشكل المقابل

$AB = AE$ ، $BC < EC$

إثبت أن $\angle C < \angle B$

الحل

فى $\triangle ABE$

$AB = AE$

(1) $\therefore \angle C = \angle B$ فى $\triangle BCE$

(5)

$BC < EC$

(2) $\therefore \angle C < \angle B$

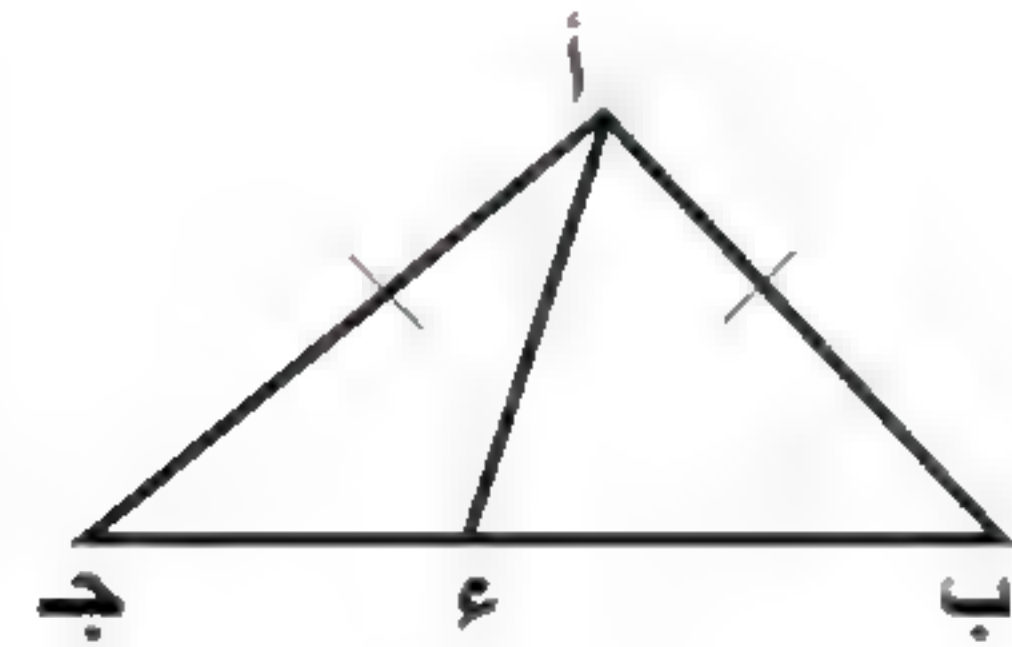
بجمع 1 ، 2

$\angle C < \angle B + \angle C < \angle B + \angle C$
 $\therefore \angle C < \angle B$

فى الشكل المقابل

$AB = AC$ ، $AD = DE$
 برهن أن $\angle C < \angle B$

$\angle C < \angle B$



الحل

فى $\triangle ABD$

$AB = AC$

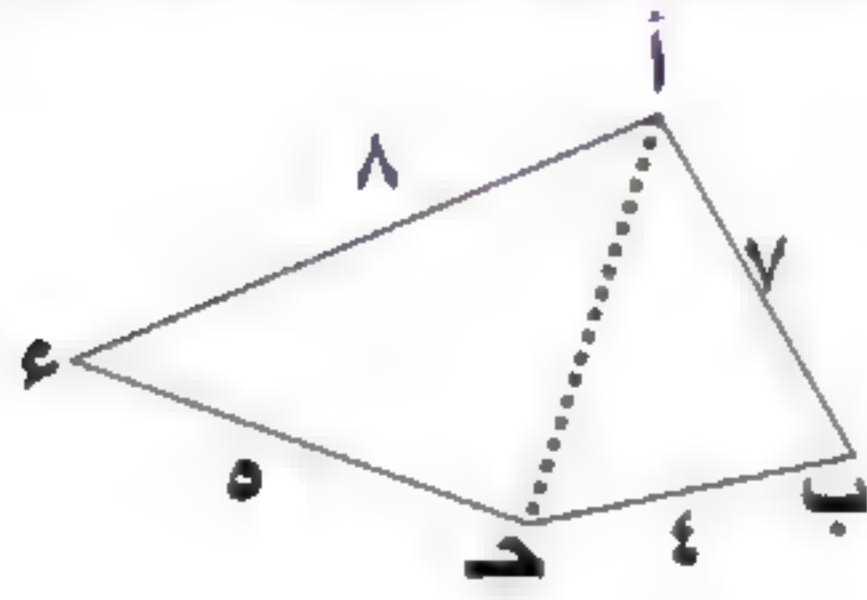
(1) $\therefore \angle C = \angle B$

(6)

(2) $\angle C < \angle B$ [خارجة عن $\triangle ABD$]

من 1 ، 2 ينتج أن

$\therefore \angle C < \angle B$ [وهو المطلوب إثباته]



في الشكل المقابل

برهن أن $\angle C < \angle B$

الحل

في $\triangle ABC$

$$\angle C < \angle B$$

$$(1) \quad \angle C < \angle B \quad \text{في } \triangle ABC$$

في $\triangle ABC$

$$\angle C < \angle B$$

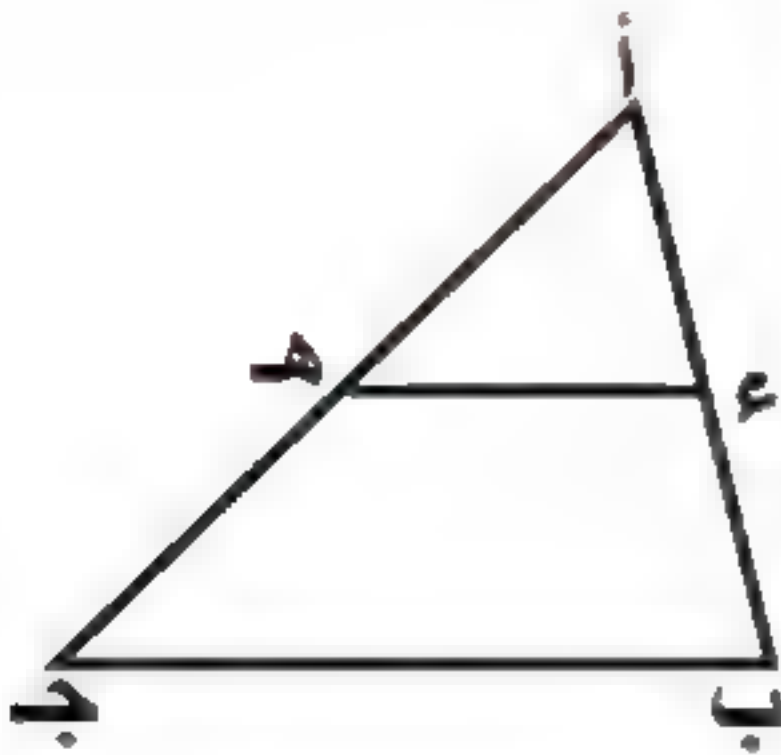
$$(2) \quad \angle C < \angle B$$

بجمع ١، ٢ ينتج أن

$$\angle C < \angle B$$

$$\therefore \angle C < \angle B$$

في الشكل المقابل



$$\overline{AB} < \overline{AC}$$

هـ منصفاً بـ، أـ جـ

برهن أن

$$\angle C < \angle B$$

الحل

في $\triangle ABC$

$$\overline{AB} < \overline{AC}$$

$$(1) \quad \angle C < \angle B$$

هـ منصفاً بـ، أـ جـ

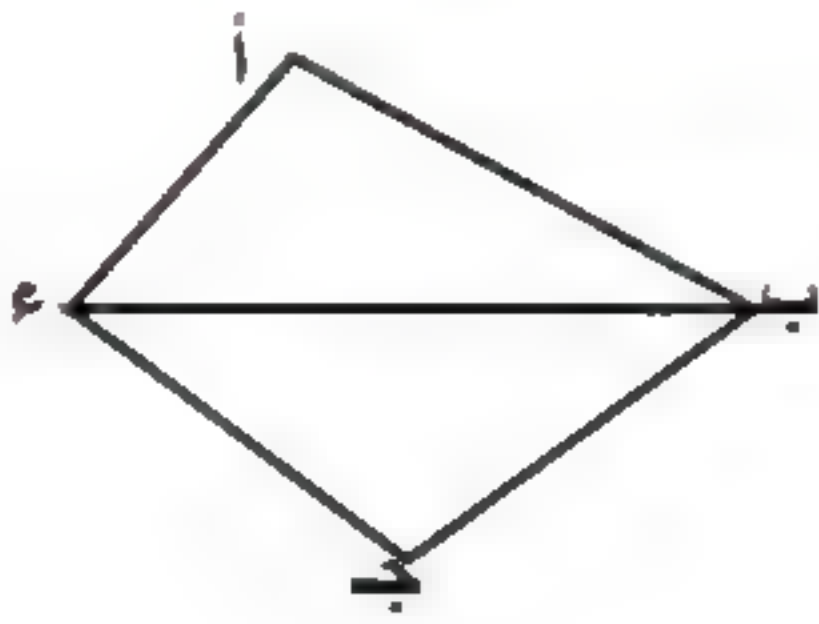
$$\therefore \angle C < \angle B$$

$$(2) \quad \angle C = \angle B$$

$$(3) \quad \angle C = \angle B$$

من ١، ٢، ٣ ينتج أن

$$\therefore \angle C < \angle B$$



في الشكل المقابل

$$AB < AC$$

$$BC = CD$$

إثبت أن $\angle C < \angle A$

الحل

في $\triangle ABC$

$$AB < AC$$

$$\therefore \angle C < \angle A \quad (1)$$

في $\triangle BCD$

$$BC = CD$$

$$\therefore \angle C = \angle D \quad (2)$$

بجمع ١، ٢

$$\angle C < \angle A + \angle C = \angle D + \angle C$$

$$\therefore \angle C < \angle A + \angle C$$

في الشكل المقابل $AB < AC$ ، $BC < CD$ ، $AD < AC$

برهن أن $\angle C < \angle A$

الحل

في $\triangle ABC$

$$AB < AC$$

$$\therefore \angle C < \angle A \quad (1)$$

في $\triangle BCD$

$$BC < CD$$

$$\therefore \angle C < \angle D \quad (2)$$

بجمع ١، ٢ ينتج أن

$$\angle C < \angle A + \angle C = \angle D + \angle C$$

$$\therefore \angle C < \angle A + \angle C$$



تمارين (النباين) المقارنة بين قياسات الزوايا في المثلث (٥)

أكمل ما يأتي

(١)

إذا كان $a < b < c$ ،

إذا كان $a = b = c$ ،

(١) فإن $\angle a < \angle b < \angle c$ (١)

فإن $\angle a < \angle b < \angle c$ في أي مثلث $a = b = c$ إذا كان

$\Delta a = b = c$ إذا كان

$a = b = c$ ، $b = c = 0$ سم ،

$a < b < c$ فإن

(٢) $a = b = c$ سم فإن

(٢) $\angle a > \angle b > \angle c$

(أ) أكبر الزوايا هي زاوية

(ب) أصغر الزوايا هي زاوية

في $\Delta s < v < e$ ،

في $\Delta e = h = o$ إذا كان

(٣) فإن $\angle s < \angle v < \angle e$

(٣) $e = h = o$ فإن

(٤) $\angle e < \angle h < \angle o$

أصغر زوايا المثلث قياساً يقابلها

أكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية

(٤) طولاً هو

(٤)

إذا اختلف طولاً ضلعين في مثلث

إذا اختلف قياس زاويتين في مثلث

(٥) فأكبرهما في الطول نقابله زاوية

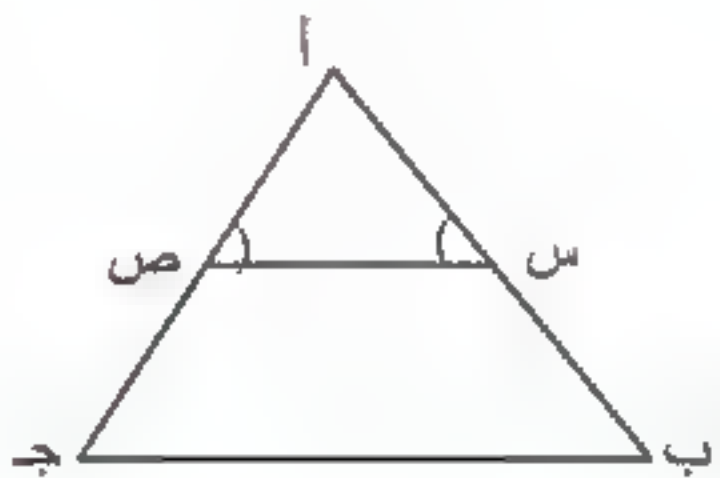
(٥) فأكبرهما في القياس يقابلها ضلع

.....

.....

أسئلة مقالية

في الشكل المقابل



أب جـ مثلث فيه $a < b$ ، $a \in bs$ ،

(١)

$a \in bs$ بحيث أن $\angle a = \angle s$ (أ س)

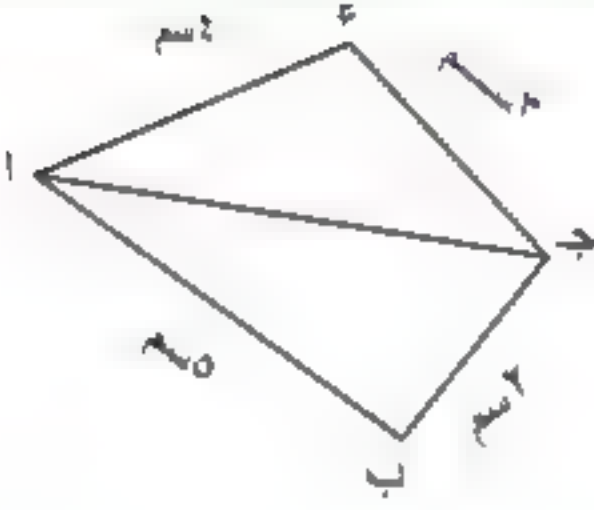
أثبت أن $a < b$ س ب



رتب قیاسات زوایا Δ ترتیباً تصاعدياً

- (۲) (۱) $\hat{A} = 12^\circ$ سم ، $\hat{B} = 15^\circ$ سم ، $\hat{C} = 10^\circ$ سم
(۲) $\hat{A} = 5,7^\circ$ سم ، $\hat{B} = 8,0^\circ$ سم ، $\hat{C} = 6^\circ$ سم

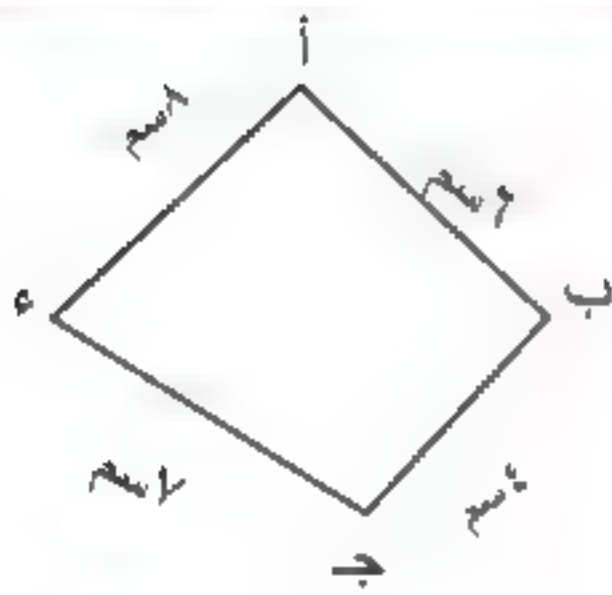
فی الشكل المقابل



- (۳) $\hat{A} = 3^\circ$ سم ، $\hat{B} = 2^\circ$ سم ، $\hat{C} = 5^\circ$ سم
 $\hat{A} = 4^\circ$ سم

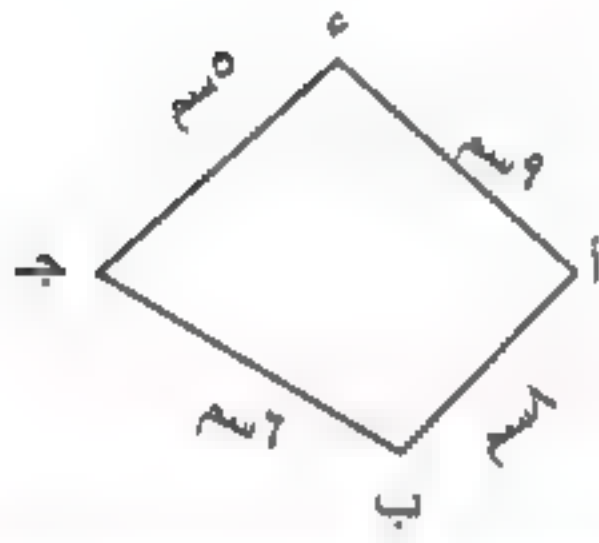
اثبت أن $\hat{C} < \hat{B} < \hat{A}$

فی الشكل المقابل



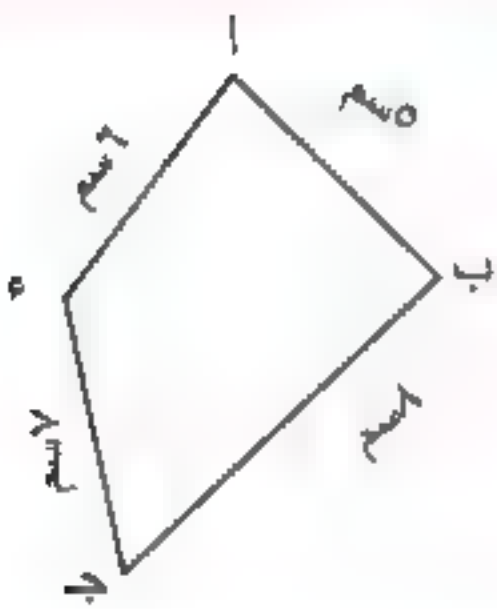
- (۴) $\hat{A} = 6^\circ$ سم ، $\hat{B} = 4^\circ$ سم ، $\hat{C} = 7^\circ$ سم
 $\hat{A} = 8^\circ$ سم اثبت أن
 $\hat{C} < \hat{B} < \hat{A}$

فی الشكل المقابل



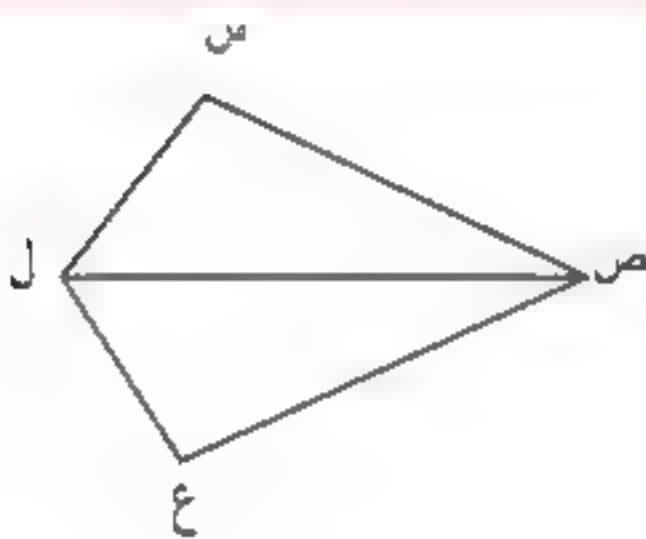
- (۵) $\hat{A} = 8^\circ$ سم ، $\hat{B} = 6^\circ$ سم ، $\hat{C} = 5^\circ$ سم
 $\hat{A} = 9^\circ$ سم
اثبت أن $\hat{C} < \hat{B} < \hat{A}$

فی الشكل المقابل

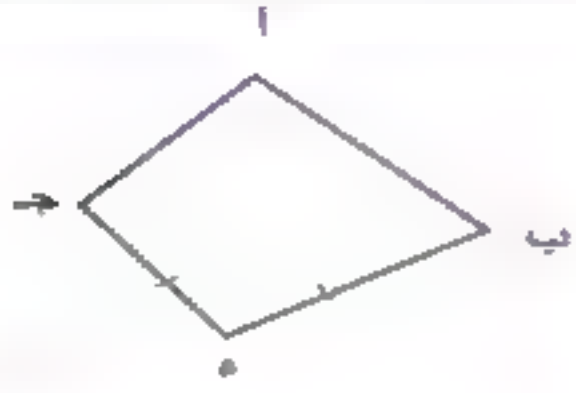


- (۶) $\hat{A} = 5^\circ$ سم ، $\hat{B} = 8^\circ$ سم ، $\hat{C} = 6^\circ$ سم
برهن أن $\hat{C} < \hat{B} < \hat{A}$

فی الشكل المقابل

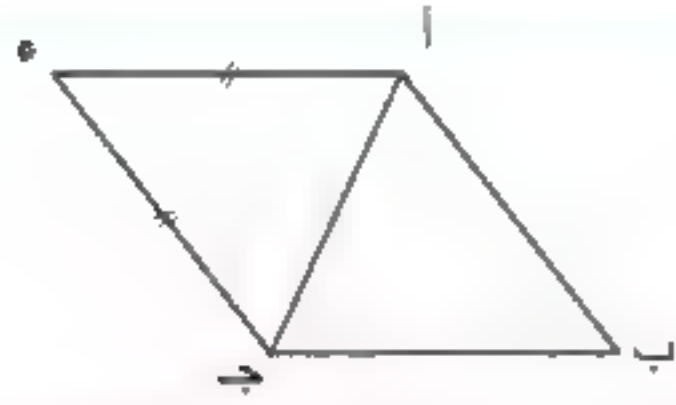


- (۷) $\hat{A} < \hat{B} < \hat{C}$ ، $\hat{A} < \hat{B} < \hat{C}$ برهن أن
 $\hat{A} < \hat{B} < \hat{C}$

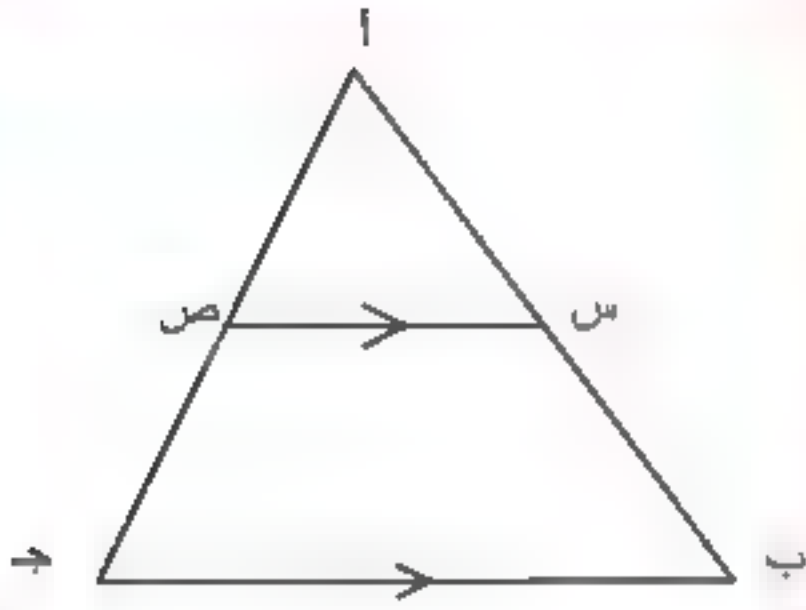


فی الشكل المقابل
(۸) $AB < AD$, $AB = AD$, $\angle A < \angle B$

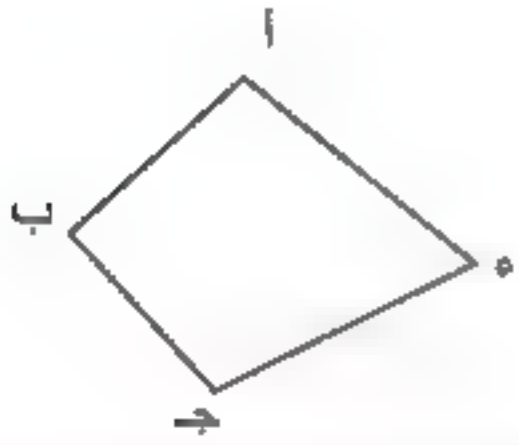
اثبت ان $\angle C < \angle D$



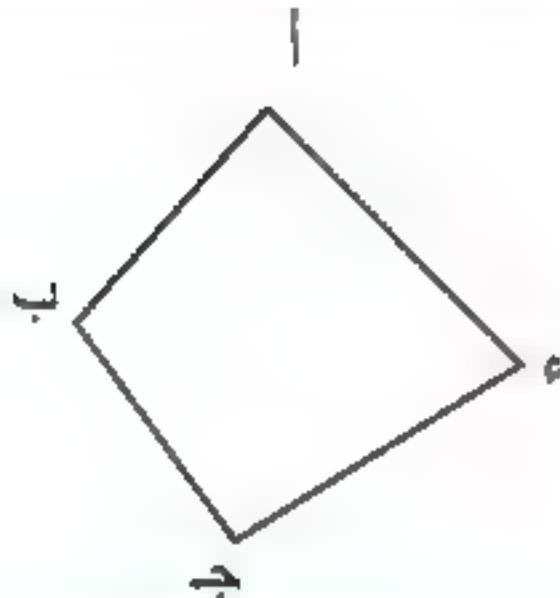
فی الشكل المقابل
(۹) $AB = CD$, $AD = BC$, $\angle A < \angle B$
برهن ان $\angle C < \angle D$



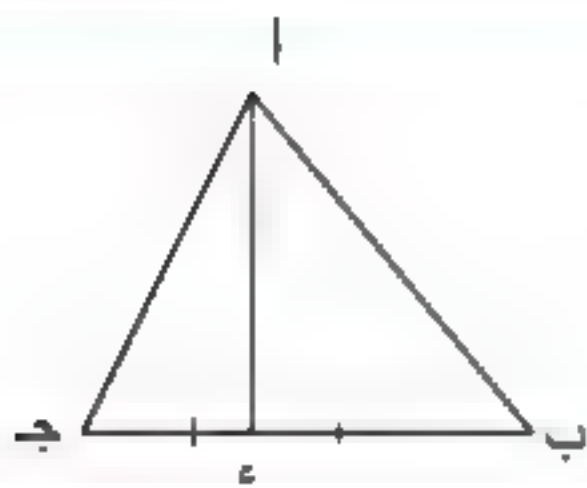
فی الشكل المقابل
(۱۰) $AB = AC$, $\angle A < \angle B$, $DE \parallel BC$
برهن ان $\angle C < \angle B$



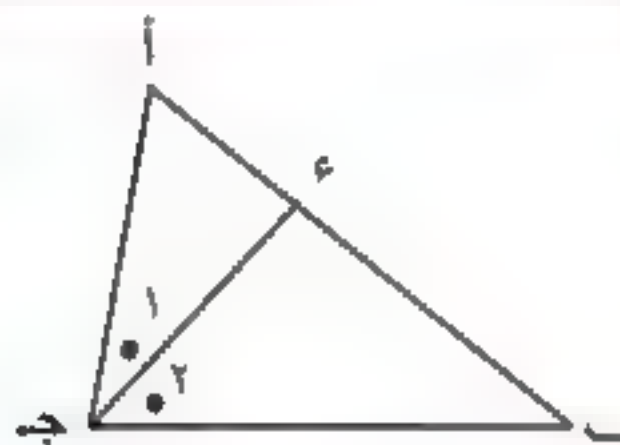
فی الشكل المقابل
(۱۱) إذا كان $AB > AD$, $\angle A > \angle B$
اثبت ان $\angle C < \angle D$



فی الشكل المقابل
(۱۲) $AB = AD$, $\angle A = \angle B$
اثبت ان $\angle C < \angle D$



فی الشكل المقابل
(۱۳) محیط $\triangle ABC < \triangle DEF$, $\angle A < \angle D$
برهن ان $\angle C < \angle F$



فی الشكل المقابل
(۱۴) $AB < AC$, $\angle A < \angle B$, $DE \parallel BC$
برهن ان $\angle C < \angle D$



المقارنة بين أطوال أضلاع المثلث

الدرس الثاني

نظرية

- إذا اختلف قياس زاويتين في مثلث فأكبرهما في القياس يقابلها ضلع أكبر في الطول من الذي يقابل الأخرى
- إذا كان لدينا Δ أ ب ج فيه ق (ب) $<$ ق (أ) فإن أ ج $<$ ج ب

ملاحظات

- (١) أكبر الزوايا قياسها يقابلها أكبر الأضلاع طولاً
- (٢) في المثلث القائم الزاوية يكون الوتر هو أطول أضلاع المثلث
- (٣) في المثلث المنفرج الزاوية يكون الضلع المقابل للزاوية المنفرجة هو أكبر أضلاع المثلث طولاً

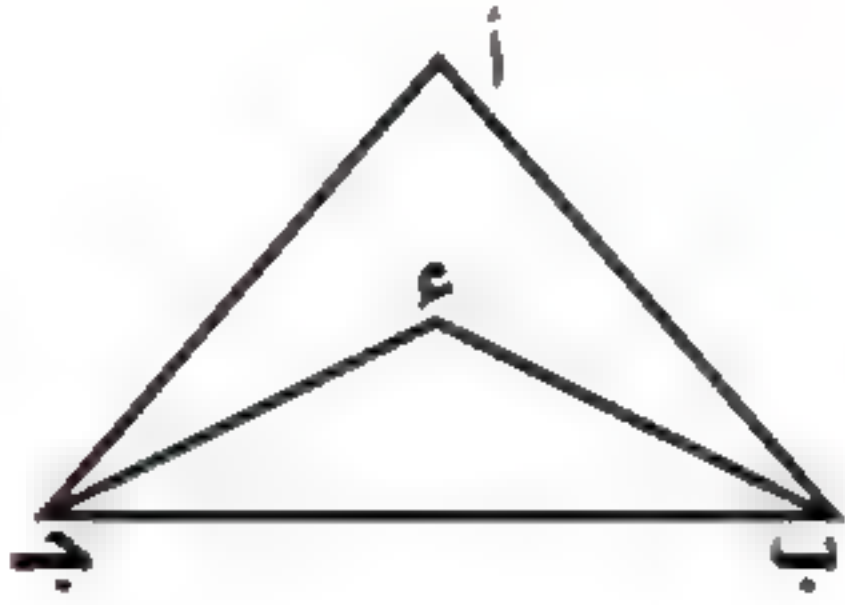
نتيجة

- طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من نقطة خارج مستقيم معلوم إلى هذا المستقيم أصغر من طول أي قطعة مستقيمة مرسومة من هذه النقطة إلى المستقيم المعلوم

تعريف

- بعد أي نقطة من مستقيم معلوم هو طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من النقطة إلى المستقيم المعلوم

أمثلة



الحل

في الشكل المقابل

أ ب < أ ج
 ب ع ينصف أ ب
 ج ع ينصف أ ج
 أثبت أن ع ب < ع ج

أ ب < أ ج
 ∴ ق (ج) < ق (ب)

ب ع ينصف أ ب ج

∴ ق (ع ب ج) = $\frac{1}{2}$ ق (ب)

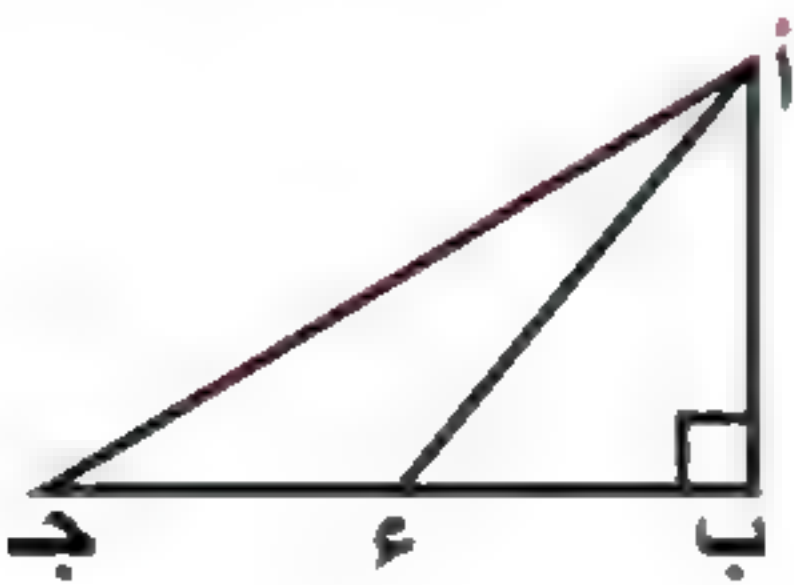
ج ع ينصف أ ج ع

∴ ق (ع ج ب) = $\frac{1}{2}$ ق (ج)

من ١ ، ٢ ، ٣ ينتج أن

ق (ع ج ب) < ق (ع ب ج)
 ∴ ع ب < ع ج

(١)



الحل

في الشكل المقابل

أ ب ج قائم الزاوية في ب
 ع ب ج
 أثبت أن أ ج < أ ع

في Δ أ ب ج (٢)

∴ ق (ب) < ق (ج)

ق (أ ع ج) < ق (ب)

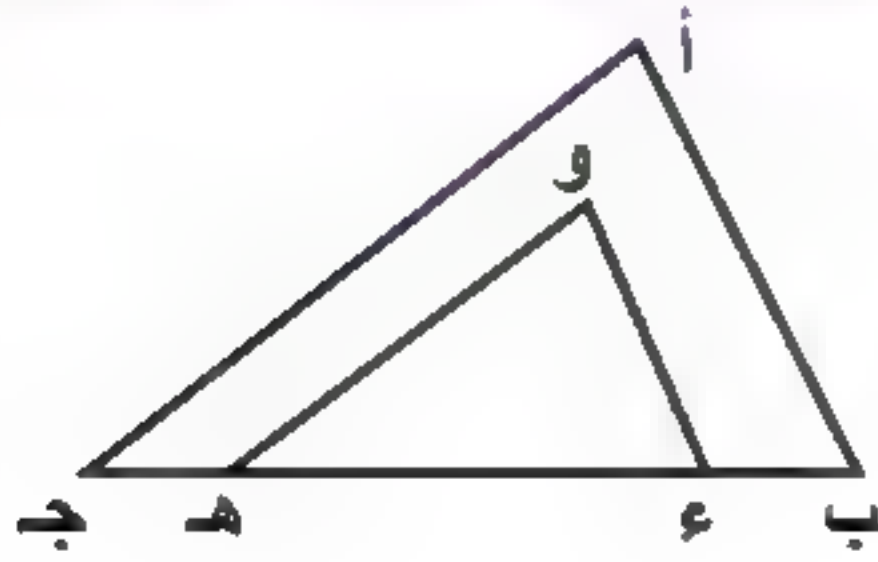
من ١ ، ٢ ينتج أن

ق (أ ع ج) < ق (ج)

∴ أ ج < أ ع

[لأنها خارجة عن Δ أ ب ج]

(٢)



في الشكل المقابل

أ ب // د ع ، أ ج // د هـ
إذا كان $\angle أ < \angle ب$
برهن أن $\angle د هـ < \angle د ع$

الحل

في $\Delta أ ب ج$

$\angle أ < \angle ب$

(٣) $\therefore \angle ق (ب) < \angle ق (ج)$ (١)

أ ب // د ع

(٢) $\therefore \angle ق (د هـ) = \angle ق (ب)$

أ ج // د هـ

(٣) $\angle ق (د ع) = \angle ق (ج)$

من ١ ، ٢ ، ٣ ينتج أن

$\angle ق (د هـ) < \angle ق (د ع)$

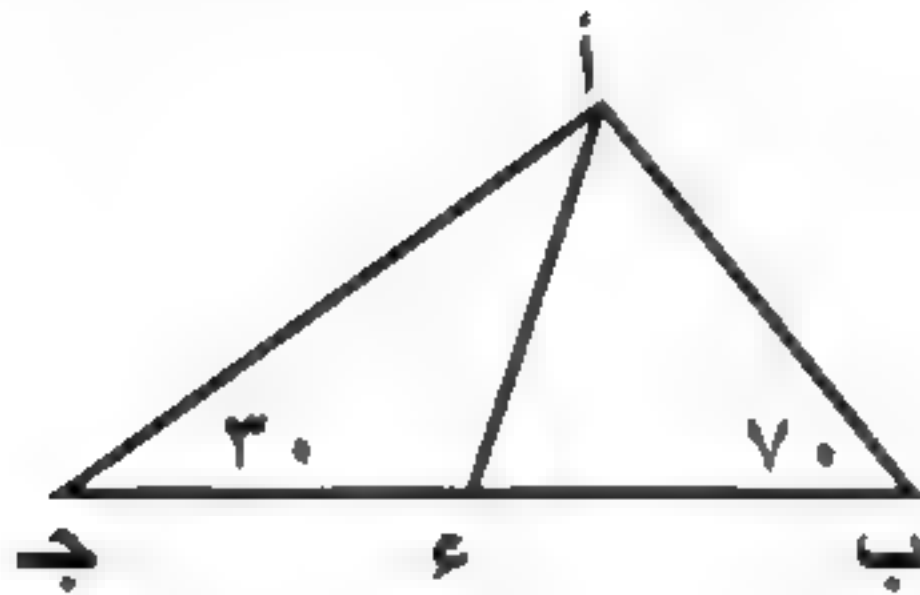
$\therefore \angle د هـ < \angle د ع$

في الشكل المقابل

أ ع ينصف (ب أ ج)

$\angle ق (ب) = ٧٠^\circ$ ، $\angle ق (ج) = ٣٠^\circ$

إثبت أن $\angle أ ع < \angle ب ع$



الحل

(٤) مجموع زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

$\therefore \angle ق (ب أ ج) = ١٨٠^\circ - [٣٠^\circ + ٧٠^\circ] = ٨٠^\circ$

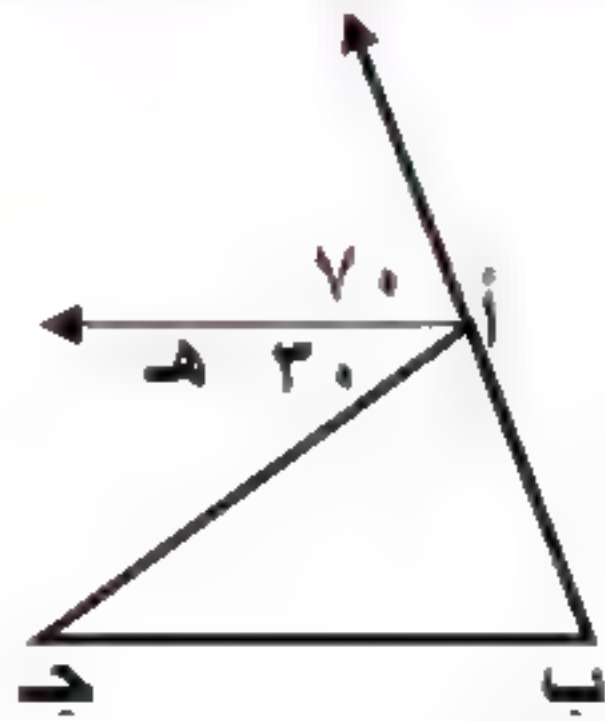
أ ع ينصف ب أ ج

$\therefore \angle ق (ب أ ع) = \angle ق (أ ع ج) = ٤٠^\circ$

في $\Delta أ ب ع$

$\angle ق (ب) < \angle ق (ب أ ع)$

$\therefore \angle أ ع < \angle ب ع$



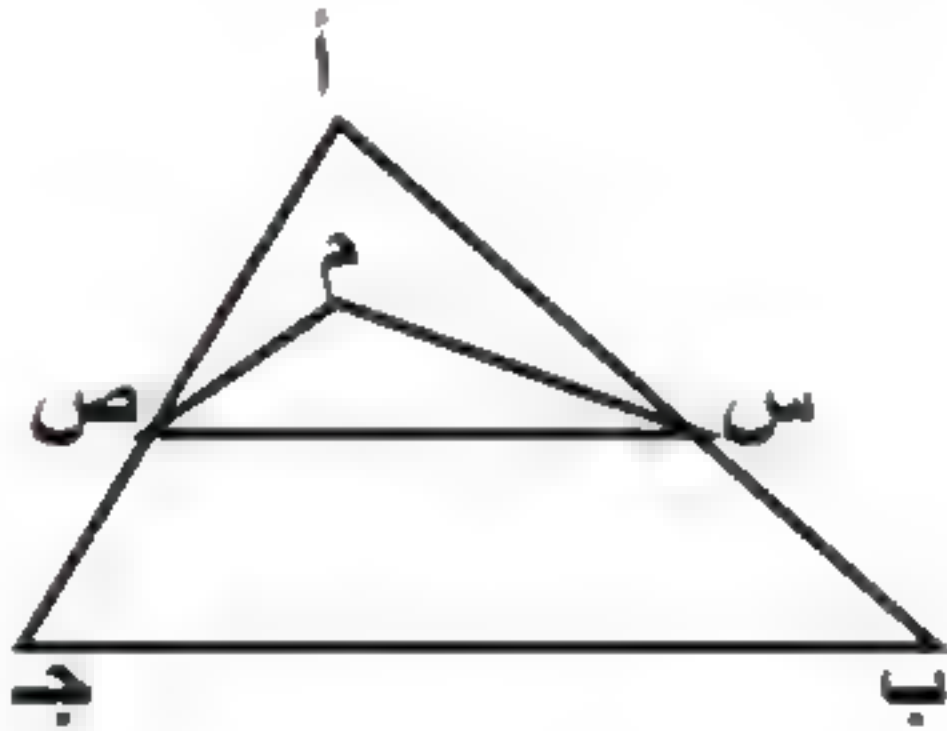
[بالتناظر]
[بالتبادل]

الحل

فی الشكل المقابل
إذا كان $AH \parallel BC$
إثبت أن $AB < AC$

(5)

$AH \parallel BC$
 $\therefore \angle AHB = \angle C = 70^\circ$
 $\angle AHC = \angle B = 30^\circ$
في $\triangle AHB$
 $\angle AHB < \angle C$
 $\therefore AB < AC$



الحل

فی الشكل المقابل
 $AB < AC$ ، $MS \parallel BC$
 MS ينصف AB ($MS \parallel BC$)
 MS ينصف AC ($MS \parallel BC$)
برهن أن $MS < MS$

في $\triangle ABC$

(1) $AB < AC \therefore \angle C < \angle B$

(2) $MS \parallel BC \therefore \angle C = \angle MSB$

(3) $\angle C = \angle MSB$

(6)

من 1، 2، 3 ينتج أن $\angle C < \angle MSB$

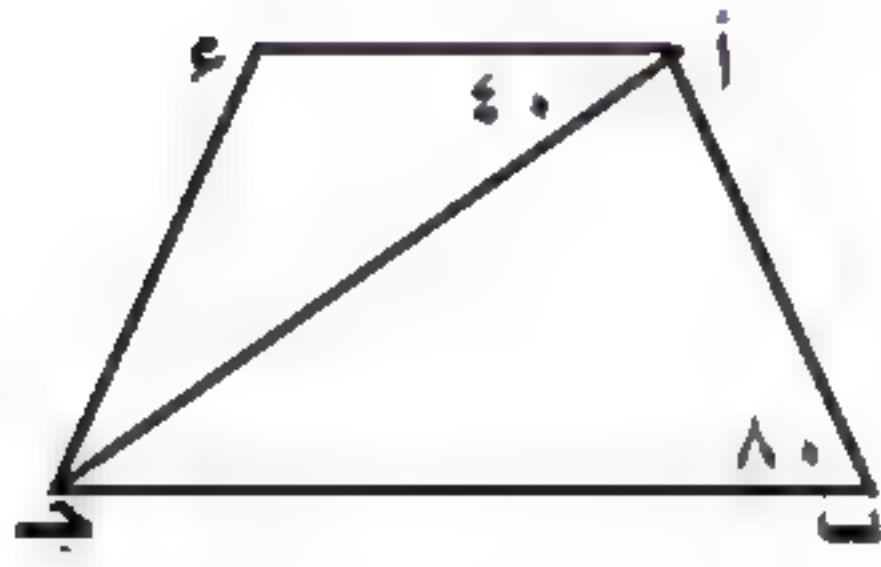
MS ينصف AB $\therefore \angle C = \angle MSB$ (4) $\angle C < \angle MSB$ (5)

MS ينصف AC $\therefore \angle C = \angle MSB$ (6) $\angle C < \angle MSB$ (7)

من 4، 5، 6 ينتج أن

$\angle C < \angle MSB$

$\therefore MS < MS$



في الشكل المقابل

أع // ب ج ، ق (ب أ ج) = ٨٠
ق (أ ج ب) = ٤٠
إثبت أن ب ج < أ ج

الحل

أع // ب ج

$$\therefore \text{ق (أ ج ب)} = \text{ق (أ ج ب)} = ٤٠ \quad (٧)$$

في Δ أ ب ج

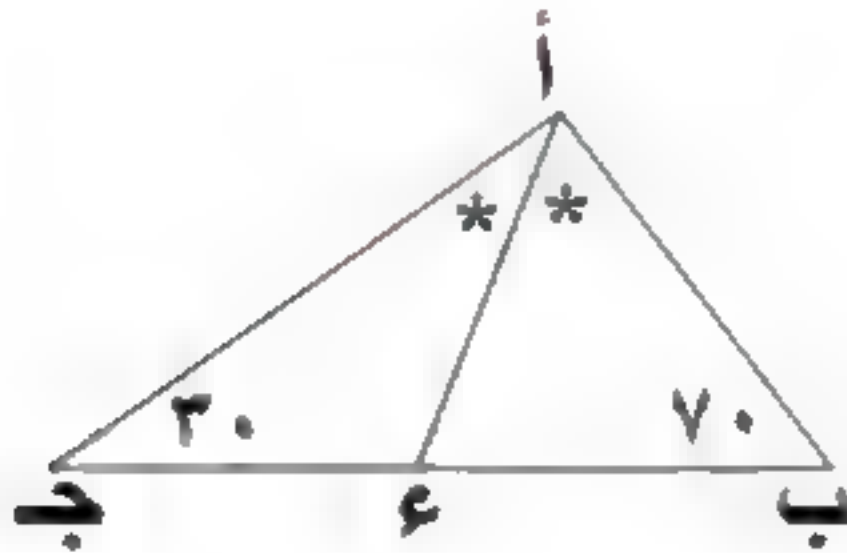
مجموع زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠

$$\therefore \text{ق (ب أ ج)} = ١٨٠ - [٤٠ + ٨٠] = ٦٠$$

$$\therefore \text{ق (أ ب ج)} < \text{ق (ب أ ج)} \\ \therefore \text{أ ج} < \text{ب ج}$$

في الشكل المقابل

أع ينصف ب ج
إثبت أن أ ج < ب ج



الحل

مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠

$$\therefore \text{ق (ب أ ج)} = ١٨٠ - [٣٠ + ٧٠] = ٨٠$$

أع ينصف ب ج

$$\therefore \text{ق (ب أ ج)} = \text{ق (أ ج ب)} = ٤٠$$



نمارین المقارنۃ بین أطوال أضلاع المثلث (۵)

أكمل ما یأتی

(۱)

إذا اختلفت قياس زاويتين في مثلث
فاكبرهما في القياس يقابلها ضلع

(۱)

(۱)

أ ب ج مثلث فيه ق $(\hat{B}) = 100^\circ$
فإن أكبر الأضلاع طولاً هو

إذا اختلف طولاً ضلعين في مثلث
فاكبرهما في الطول نقابله زاوية

(۲)

(۲)

Δ أ ب ج إذا كان ق $(\hat{A}) = 70^\circ$ ، ق $(\hat{B}) = 50^\circ$ فإن أكبر
الأضلاع طولاً هو

أصغر زوايا المثلث قياساً يقابلها

(۳)

(۳)

Δ أ ب ج إذا كان ق $(\hat{B}) = 45^\circ$ ، ق $(\hat{A}) = 50^\circ$ فإن أكبر
الأضلاع طولاً هو

أكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية
طولاً هو

(۴)

(۴)

Δ أ ب ج فيه ق $(\hat{A}) = 40^\circ$ ، ق $(\hat{B}) = 120^\circ$ فإن أصغر الأضلاع
طولاً هو

أقصر بعد بين نقطة معلومة

(۵)

(۵)

ومستقيح معلوم

ق $(\hat{A}) =$ ق $(\hat{B}) +$ ق (\hat{C})

فإن أكبر الأضلاع طولاً هو

إذا كان أ ب ج مثلث فيه

(۶)

(۶)

ق $(\hat{B}) = 90^\circ$ فإن

في Δ س ص ع س ص ع س ص < ص ع

فإن ق (\hat{S}) ق (\hat{E})

إذا كان أ ب ج مثلث فيه

(۷)

(۷)

ق $(\hat{A}) = 40^\circ$ ، ق $(\hat{B}) = 70^\circ$

في Δ أ ب ج إذا كان فيه

ق $(\hat{A}) = 40^\circ$ ، ق $(\hat{C}) = 70^\circ$

فإن أ ب ب ج

فإن

أسئلة مقالية



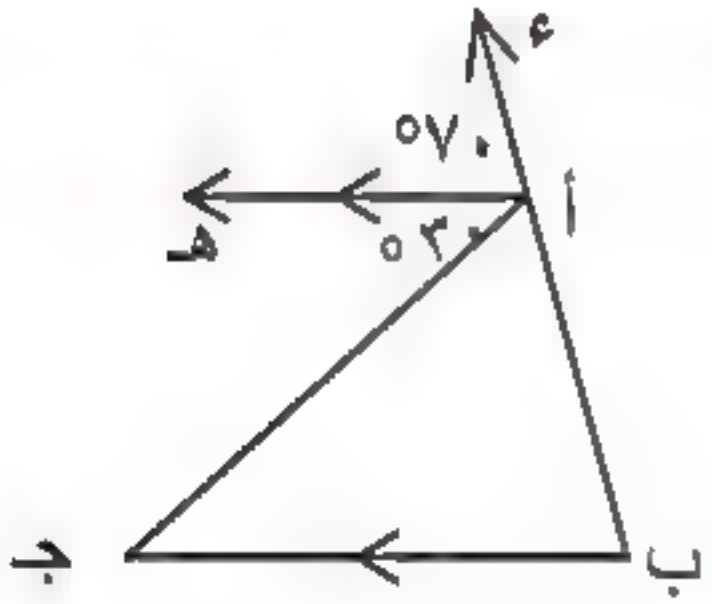
في الشكل المقابل

- (١) $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 30^\circ$
 أثبت أن $AB < AC$

(١) في $\triangle ABC$ $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 30^\circ$ رتب أطوال اضلاع المثلث تصاعدياً

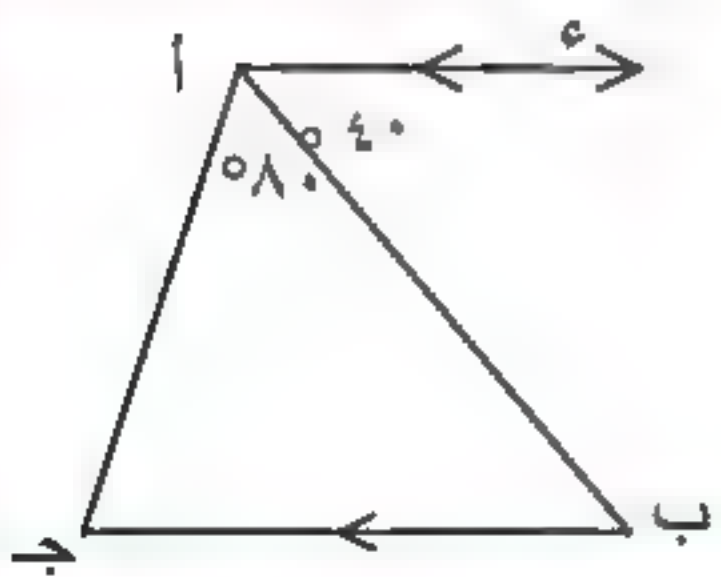
- (٢) في $\triangle ABC$ $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 60^\circ$ رتب أطوال اضلاع المثلث تنازلياً
 (٣) في $\triangle ABC$ $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 75^\circ$ رتب أطوال اضلاع المثلث تنازلياً

(٤) في $\triangle ABC$ $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 80^\circ$ رتب أطوال اضلاع المثلث تصاعدياً



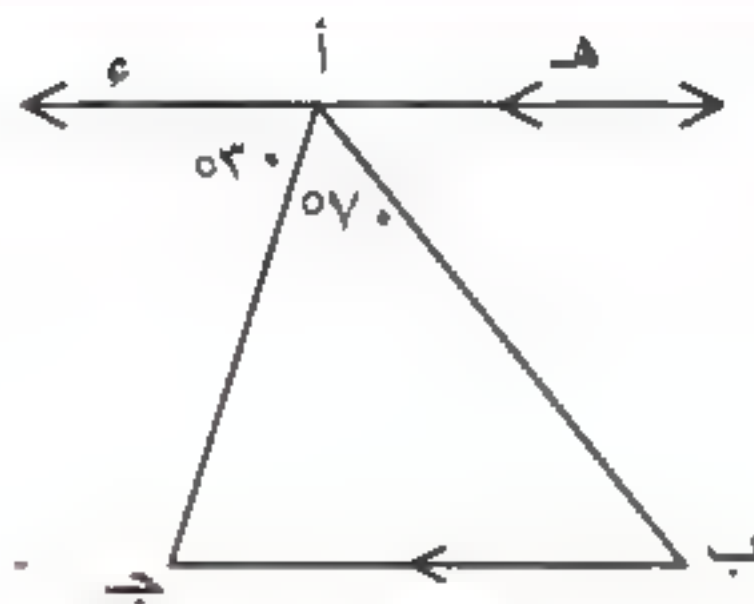
في الشكل المقابل

- (٣) $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 30^\circ$
 أثبت أن $AB < AC$



في الشكل المقابل

- (٤) $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 80^\circ$
 أثبت أن $AB < AC$

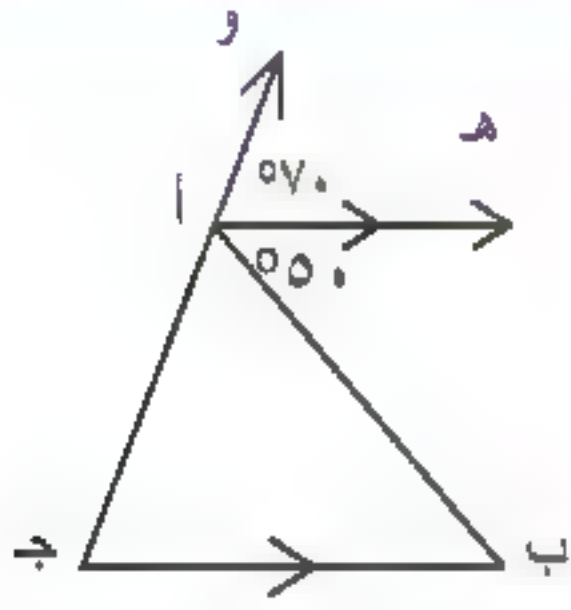


في الشكل المقابل

- (٥) $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$, $\angle A = 70^\circ$, $\angle B = 30^\circ$
 برهن أن $AB < AC$

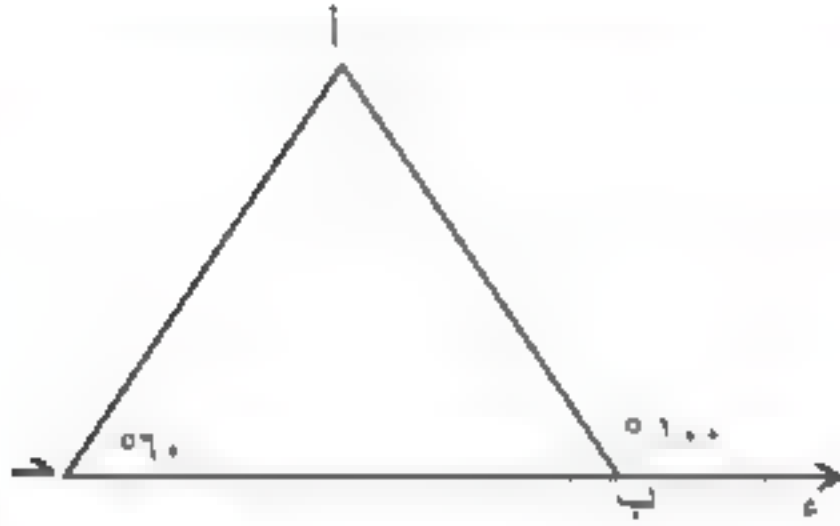


في الشكل المقابل



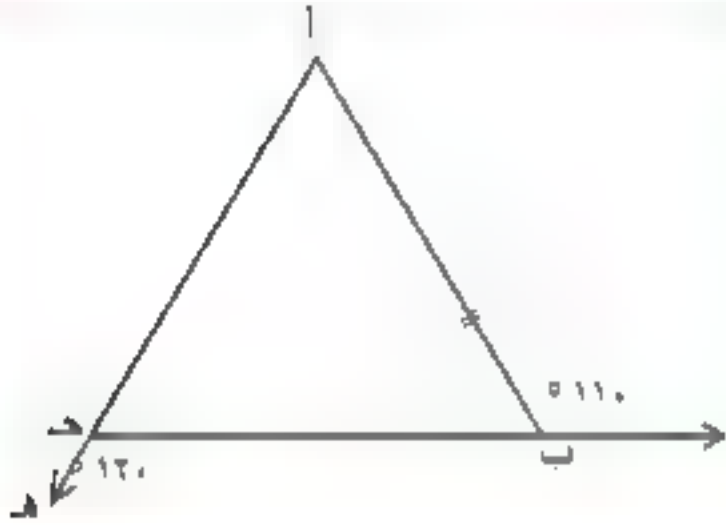
- (٦) $\overline{AH} \parallel \overline{BC}$, ق (هـ أ ب) = 50° ,
ق (هـ أ و) = 70° ,
اثبت أن $AB < AC$

في الشكل المقابل



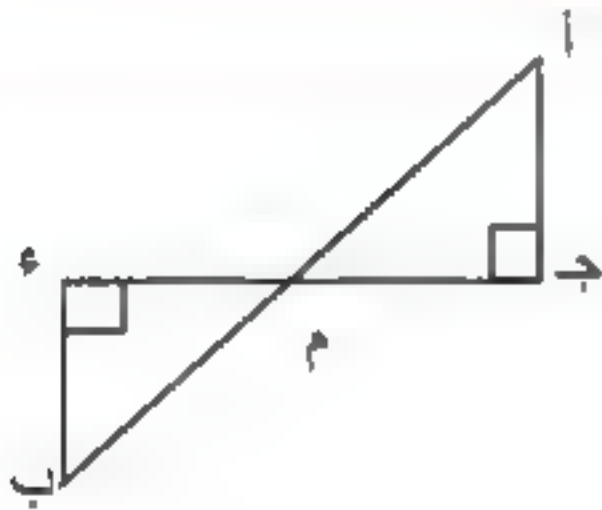
- (٧) ق (أ ب ع) = 100° , ق (أ ج) = 60° ,
اثبت أن $AB < AC$

في الشكل المقابل



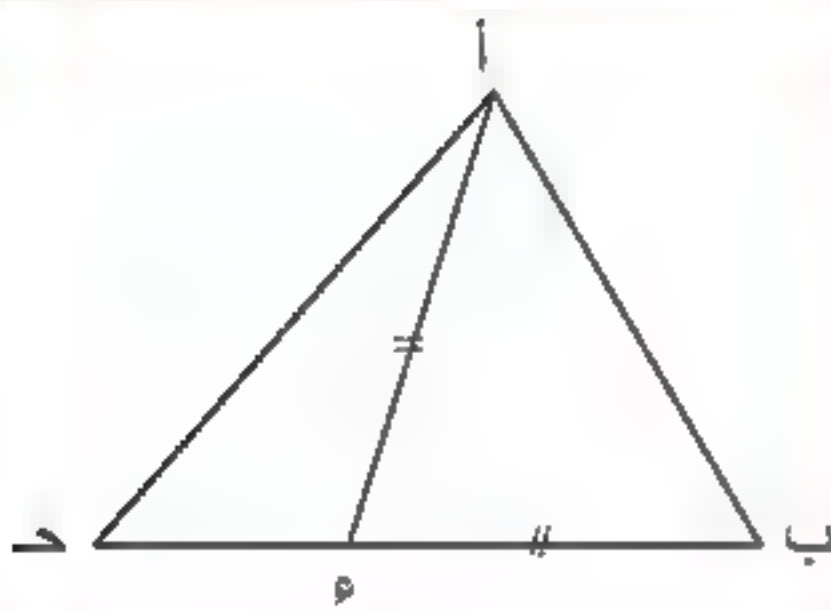
- (٨) أ ب ج مثلث , ع \in ج ب , هـ \in أ ج
ق (أ ب ع) = 110° , ق (ب ج هـ) = 120° ,
برهن أن $AB < AC$

في الشكل المقابل

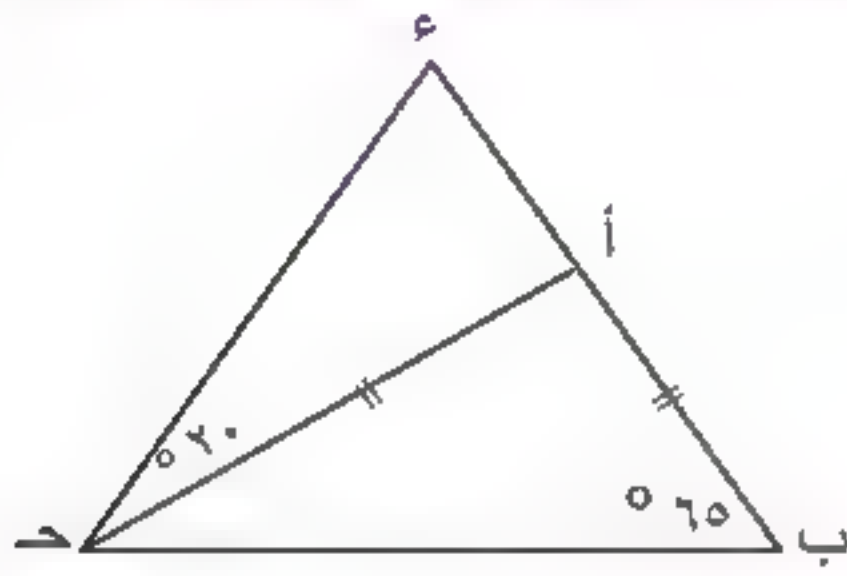


- (٩) أ ب \cap ج د = {ع}
 $\overline{AD} \perp \overline{DE}$, $\overline{BE} \perp \overline{DE}$,
برهن أن $AB < AC$

في الشكل المقابل



- (١٠) Δ س ص ع قائم الزاوية في ص ,
 Δ ع و هـ قائم الزاوية في و ,
اثبت أن $AS < AH$



في الشكل المقابل

$$AB = AC \quad \angle B = 60^\circ, \quad \angle C = 20^\circ \quad \text{أثبت أن } AB < AC \quad (11)$$

$$\text{أثبت أن } AB < AC$$

في الشكل المقابل

$$AB = AC \quad \angle B = 60^\circ, \quad \angle C = 20^\circ \quad \text{أثبت أن } AB < AC \quad (12)$$

$$\text{أثبت أن } AB < AC$$

$$\text{أثبت أن } AB < AC$$

في الشكل المقابل

$$AB = AC \quad \angle B = 60^\circ, \quad \angle C = 20^\circ \quad \text{أثبت أن } AB < AC \quad (13)$$

$$\text{أثبت أن } AB < AC$$

$$\text{أثبت أن } AB < AC \quad (14)$$

$$\text{أثبت أن } AB < AC \quad (15)$$

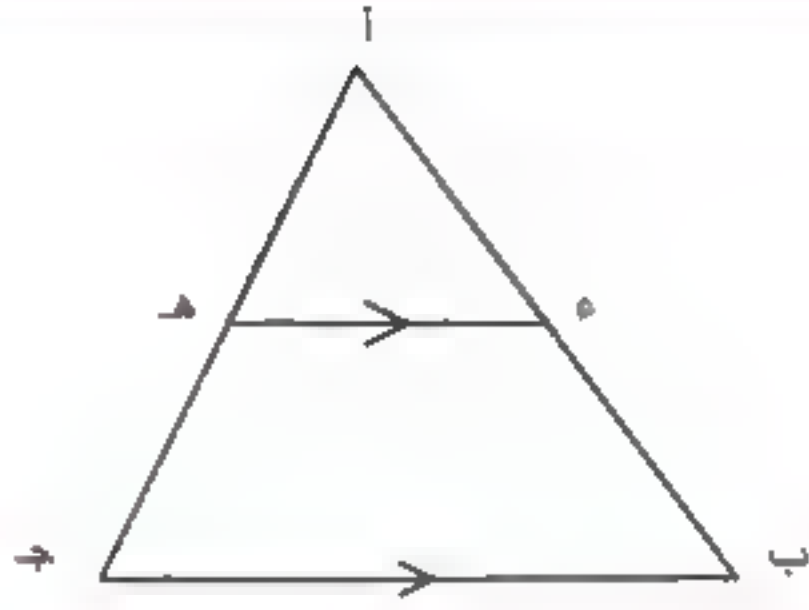
$$\text{أثبت أن } AB < AC \quad (16)$$

$$\text{أثبت أن } AB < AC \quad (17)$$



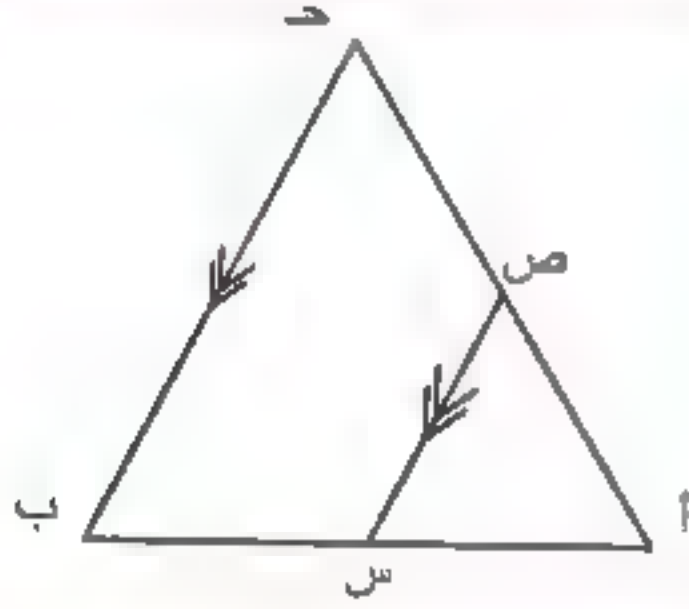
(١٨) أ ب ج مثلث فيه ق (\hat{A}) = ٥ س + ٢ , ق (\hat{B}) = ٦ س - ١٠ ,
ق (\hat{C}) = ٢٠ + س رتب أطوال أضلاع المثلث تصاعدياً

فى الشكل المقابل



(١٩) أ ب = أ ج , $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$
أثبت أن أ ع = أ هـ

فى الشكل المقابل



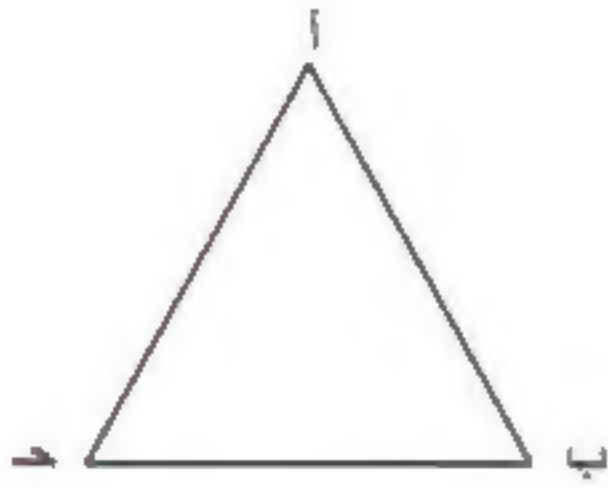
(٢٠) أ ب < أ ج , $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$
أثبت أن أ س < أ ص

الدرس الثالث

منباينة المثلث

نظرية

فى أى مثلث يكون مجموع طولى أى ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث



$$AB + BC > AC$$

$$AB + AC > BC$$

$$BC + AC > AB$$

نتيجة

طول أى ضلع فى المثلث أكبر من الفرق بين طولى الضلعين الآخرين وأقل من المجموع

أمثلة

فى الشكل المقابل

إذا كان محيط \triangle س ص ع = 50 سم

إثبت أن س ص + ص ع + ع س > 25

الحل

$$س ص + ص ع < س ع$$

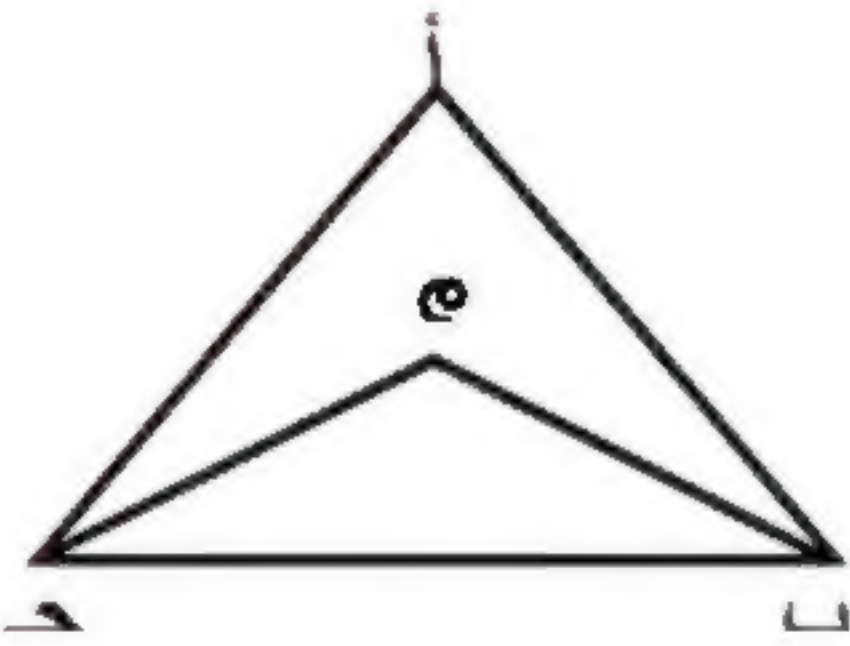
$$ص ع + ع س < س ص$$

$$س ص + ص ع + ع س < 2س$$

$$س ص + ص ع + ع س < 2س$$

$$2س < 2س + 2س + 2س < 6س$$

$$س ص + ص ع + ع س < 25$$



(١)

بين أيًا من الأطوال الآتية نصلح أن نكون أضلاع مثلث

(٢) ٥ ، ٧ ، ٣

(١) ٣ ، ٥ ، ٢

(٤) ٦ ، ٩ ، ٤

(٣) ٢ ، ٣ ، ٧

الحل

(١) الأطوال ٢ ، ٥ ، ٣ لا نصلح أن نكون أضلاع مثلث لأن مجموع ٢ + ٣ = ٥ وليس أكبر من ٥

(٢) الأطوال ٣ ، ٧ ، ٥ نصلح أن نكون أضلاع مثلث لأن مجموع أي ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث (٢)

(٣) الأطوال ٧ ، ٣ ، ٢ لا نصلح أن نكون أضلاع مثلث لأن ٢ + ٣ = ٥ وهو أصغر من الضلع الثالث وليس أكبر

(٤) الأطوال ٤ ، ٩ ، ٦ نصلح لأن نكون أضلاع مثلث لأن مجموع أي ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث

نمارين منباينة المثلث (٦)

(١)

أكمل ما يائى

(١)

مجموع طولى أى ضلعين فى
مثلث طول الضلع الثالث
(أ) أ صفر من (ب) أكبر من
(ج) يساوى (د) نصف

(١)

مثلث له محور ٣ نماثل واحد طول
ضاعه ٥ سم فإن محيطه = ... سم
(أ) ١٥ سم (ب) ٢٠ سم
(ج) ٠ سم (د) ٢١ سم

(٢)

طول أى ضلع فى مثلث
مجموع طولى الضلعين الاخرين
(أ) أكبر من (ب) أصغر من
(ج) يساوى (د) نصف

(٢)

إذا كان طولى ضلعين فى مثلث
هما ٥ سم , ١٠ سم فإن طول
الضلع الثالث \in
(أ) $[١٥, ٥[$ (ب) $[١٥, ٥[$
(ج) $]١٥, ٥]$ (د) $]١٥, ٥]$

(٣)

أى من الاضلاع الاتية لا نصلح أن
نكون أطوال أضلاع مثلث
(أ) ٥ , ٧ , ٧ (ب) ٩ , ٩ , ٩
(ج) ١٢ , ٦ , ٣ (د) ٥ , ٤ , ٣

(٣)

أ ب ج مثلث فيه أ ب = ٦ سم
ب ج = ٨ سم فإن أ ج = ...
(أ) $[١٤, ٢[$ (ب) $[١٤, ٢[$
(ج) $]١٤, ٢]$ (د) $]١٤, ٢]$

(٤)

إذا كان طولاً ضلعين فى مثلث
متساوى الساقين ٣ سم , ٧ سم
فإن الضلع الثالث يساوى
(أ) ٧ سم (ب) ٣ سم
(ج) ٤ سم (د) ١٠ سم

(٤)

Δ أ ب ج يكون
أ ب + ب ج - أ ج صفر
(أ) $<$ (ب) $>$
(ج) $=$ (د) \leq

(٥)

إذا كان طولاً ضلعين فى مثلث
متساوى الساقين ٥ سم , ١٠ سم
فإن طول الضلع الاخر يساوى
(أ) ٥ سم (ب) ١٠ سم
(ج) ١٥ سم (د) ٧ سم

(٥)

Δ أ ب ج يكون $\frac{أب+بج}{أج} \dots\dots ١$
(أ) $<$ (ب) $>$
(ج) $=$ (د) \leq

(٦)

إذا كان طولاً ضلعين فى مثلث
٧ سم , ٤ سم فإن طول الضلع
الثالث يمكن أن يكون
(أ) ١ سم (ب) ٢ سم
(ج) ٣ سم (د) ٤ سم

(٦)

Δ أ ب ج يكون $\frac{أب}{أج+بج} \dots\dots ١$
(أ) $<$ (ب) $>$
(ج) $=$ (د) \leq

<p>Δ أ ب ج إذا كان ق (ب) = ٤٥° ، ق (أ) = ٥٠° ، فإن أكبر الأضلاع طولاً هو أ (أ ب) ب (ب ج) ج (ج أ) د (أ ج)</p>	(٧)	<p>مثلث له محور تماثل واحد طول ضاعين فيه ٤ سم ، ٨ سم فإن محيطه = سم أ (١٠ سم) ب (٢٠ سم) ج (٣٠ سم) د (٤٠ سم)</p>
--	-----	---

أسئلة مقالية

<p>هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه (١) ٥ سم ، ٧ سم ، ١٢ سم (٢) ٤ سم ، ٦ سم ، ١١ سم (٣) ١٤ سم ، ٩ سم ، ٧ سم (٤) ٨ سم ، ١٤ سم ، ٨ سم (٥) ٣ سم ، ٤ سم ، ٩ سم (٦) ٥ سم ، ٧ سم ، ٨ سم (٧) ١٠ سم ، ٦ سم ، ٤ سم</p>	(١)	<p>أ وجد الفترة التي ينتمي إليها الضلع الثالث (١) ٦ سم ، ٩ سم (٢) ٣ سم ، ٣ سم (٣) ٣ سم ، ٤ سم (٤) ٥ سم ، ٧ سم ، ٦ سم (٥) ١١ سم ، ٨ سم</p>
<p>في الشكل المقابل أ ب ج مثلث ، م نقطة داخلية م ب + م ج < $\frac{1}{2}$ محيط Δ أ ب ج</p>	(٣)	